Classe de première 6 **Jeudi 29 mars 2007**

Devoir de mathématiques n°8

Exercice 1 : 6 points

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer sa dérivée

$f(x)=\dfrac{2x^2+1}{(x^2+x+1)}$ $\qquad g(x)=(2x+3)\sqrt{x}+x\sqrt{3}$ $\qquad h(x)=\dfrac{2x^5}{7}+\dfrac{3x^6}{5}+\dfrac{x}{5}-2^7$

Exercice 2 : 14 points

Une usine fabrique de petites pièces métalliques pour la bijouterie. Chaque jour, le coût total de fabrication est donné, en euros, par $C(q)=q^3-6q^2+40q+100$, où q est la quantité de pièces produites, exprimée en milliers, $q\in[0\,;10]$.

Partie A

Le coût marginal de fabrication peut être assimilé à la dérivée du coût total.

1. Calculer la dérivée $C'(q)$. Calculer le coût marginal pour 5000 pièces fabriquées.
2. Calculer la dérivée du coût marginal, notée $C''(q)$. Etudier les variations du coût marginal. Pour quelle valeur le coût marginal est-il minimal ?
3. Justifier que le coût marginal est toujours positif. En déduire les variations de la fonction C.

Partie B

Le coût moyen de fabrication est la fonction $C_M(q)=\dfrac{C(q)}{q}$.

1. Calculer $C_M'(q)$ et démontrer qu'elle peut s'écrire $C_M'(q)=\dfrac{2(q-5)(q^2+2q+10)}{q^2}$.
2. En déduire le sens de variation du coût moyen.
3. Vérifier que quand le coût moyen est minimal, le coût moyen est égal au coût marginal.

Partie C

Dans un repère orthogonal d'unité 1cm pour 1000 pièces en abscisses et 1 cm pour 50 euros en ordonnée, tracer la courbe $\mathscr{C}$ du coût total.

Préciser les coûts fixes.

Faire apparaître la tangente au point d'abscisse 5, donner une signification économique à cette tangente.