

Devoir de mathématiques n°9

Exercice 1 (8 points)

On définit la suite U par $u_n = \frac{n^2}{n+1}$.

1. Calculer u_0, u_1, u_2, u_3 . La suite U est-elle arithmétique ? Est-elle géométrique ? Quel semble être son sens de variation ?
2. Donner en fonction de n l'expression de $1+u_n, u_{n+1}, u_{2n}$.
3. On pose pour $x \geq 0$: $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$. Montrer que l'on a $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$. En déduire le sens de variation de f sur $[0 ; +\infty[$ puis le sens de variation de la suite U (expliquer).

Exercice 2 (6 points)

On doit goudronner une route longue de 5 km. On sait qu'un camion de bitume permet de goudronner 200 m de route, que l'usine de goudron est à 4 km du début de la route. A chaque voyage, le camion s'avance jusqu'au bout de la route déjà goudronnée, donc 200m de plus qu'au voyage précédent.

On appelle u_n la distance aller-retour parcourue par le camion au n-ième voyage (on négligera le demi-tour).

1. Combien faudra-t-il de voyages pour goudronner la route ?
2. Calculer u_0, u_1 .
3. Expliquer pourquoi la suite (u_n) est arithmétique.
4. Quelle est la distance totale qu'aura parcourue le camion ?

Exercice 3 (6 points)

La population mondiale était en 2000 de 6 milliards d'habitants, et elle augmente actuellement de 1,2 % par an. En supposant que cette augmentation se poursuive toujours ainsi, on notera u_n la population mondiale l'année 2000 + n (par exemple la population en l'an 2003 est u_3).

1. Donner la population mondiale en 2001, en 2005.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Donner une estimation de la population mondiale en 2100.
3. La consommation de pétrole mondiale est de 0,65 tonne par habitant t par an. Quelle sera la consommation totale en pétrole au cours du 21ème siècle (si la population croît de 1,2 % par an, et que la demande en pétrole ne change pas) ?
4. Les réserves en pétrole au monde sont de 1700 milliards de tonnes. Que peut-on en conclure ?