

Devoir de mathématiques n°3

**Exercice 1 (7 points)**

$ABCD$  est un carré direct de côté 1. On construit le triangle équilatéral direct  $ABE$ , puis le carré direct  $EBGF$ .

1. Compléter la figure 1
2. Que vaut l'angle  $\widehat{CBE}$  ? En déduire  $\overline{BC} \cdot \overline{BE}$  puis  $\overline{DA} \cdot \overline{BE}$ .
3. Calculer  $\overline{EA} \cdot \overline{EB}$ .
4. Démontrer que le triangle  $BCG$  est équilatéral. En déduire  $\overline{BC} \cdot \overline{BG}$  puis  $\overline{DA} \cdot \overline{EF}$ .
5. Calculer  $\overline{AE} \cdot \overline{EF}$ .
6. En utilisant la relation de Chasles, calculer  $\overline{DE} \cdot \overline{BF}$ .
7. En déduire que les points  $D, E, G$  sont alignés.

**Exercice 2 (7 points)**

Horreur, un QCM. Indiquer pour chaque question la réponse exacte (remplir le tableau sur la feuille annexe). Aucune justification n'est demandée. Toute bonne réponse rapporte 1 point. Toute réponse erronée coûte 0,5 point.

1.  $ABC$  est un triangle équilatéral de côté 4.  $I$  et  $H$  sont les milieux respectifs de  $[AC]$  et  $[BC]$ .  $I$  se projette en  $D$  sur  $(AH)$  (voir figure 2). Alors
  - a)  $\overline{AB} \cdot \overline{AI} = AH \times AD$
  - b)  $\overline{AB} \cdot \overline{AI} = 8$
  - c)  $\overline{AB} \cdot \overline{AI} = 4$
2. Dans la même figure,
  - a)  $\overline{DC} \cdot \overline{AB} = 0$
  - b)  $\overline{DC} \cdot \overline{DB} = 0$
  - c)  $\overline{DA} \cdot \overline{BH} = 0$
3.  $A, B, C$  sont trois points non alignés tels que  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 8$  et  $AC = 3$ . Alors
  - a)  $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{8}{3}$
  - b)  $AB = \frac{8}{3}$
  - c)  $\overline{AC} \cdot \overline{BC} = 1$
4. Dans un repère orthonormal,  $\overline{AB}(-4;3)$  et  $\overline{CB}(-1;5)$ . Alors
  - a)  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 6$
  - b)  $BC = 26$
  - c)  $\overline{BC} \cdot \overline{AB} = 19$
5. Dans un repère orthonormal, la courbe d'équation  $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 23 = 0$  est un cercle
  - a) de rayon  $\sqrt{23}$
  - b) de rayon  $\sqrt{6}$
  - c) de centre  $\Omega(-5;4)$
6.  $ABC$  est un triangle avec  $AB = 4, BC = 6$  et  $\widehat{ABC} = 40^\circ$ . Alors l'arrondi au centième de  $AC$  est
  - a) 3,9
  - b) 15,23
  - c) 3,91
7.  $ABC$  est un triangle avec  $AB = 3, AC = 5, BC = 6$ .  $I$  est le milieu de  $[BC]$ . Alors
  - a)  $AI = 4$
  - b)  $AI = 2\sqrt{2}$
  - c)  $AI = \sqrt{26}$

**Exercice 3 (6 points)**

$ABCD$  et  $AEFG$  sont deux carrés, comme sur la figure 3. Les droites  $(DF)$  et  $(CE)$  se coupent en  $I$ .

1. Compléter la figure. Que pensez-vous des droites  $(AI)$  et  $(DE)$  ?
2. On se place dans un repère orthonormal  $(A, \vec{i}, \vec{j})$  avec  $\vec{i}$  colinéaire à  $\overline{AD}$  et de même sens, et  $\vec{j}$  colinéaire à  $\overline{AE}$  et de même sens. On suppose pour simplifier que  $AD = 2$  et  $AE = 3$ . Donner les coordonnées des sommets des carrés.
3. Donner les coordonnées du vecteur  $\overline{FD}$ , en déduire qu'une équation de la droite  $(DF)$  est  $3x + 5y - 6 = 0$ .
4. Donner une équation de la droite  $(CE)$ .
5. En déduire que les coordonnées de  $I$  sont  $I\left(\frac{18}{19}, \frac{12}{19}\right)$  et la preuve de la conjecture du 1.

Feuille annexe à rendre avec la copie.

NOM :

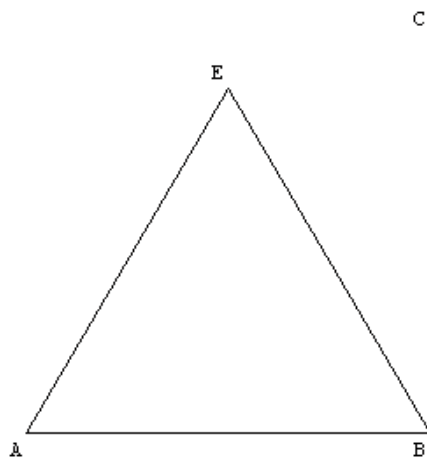


Figure 1

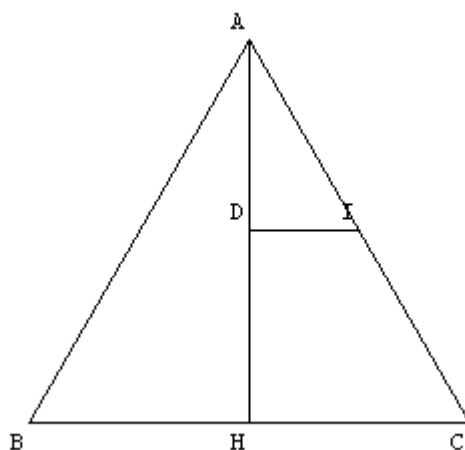


Figure 2

Question	1	2	3	4	5	6	7
Réponse							

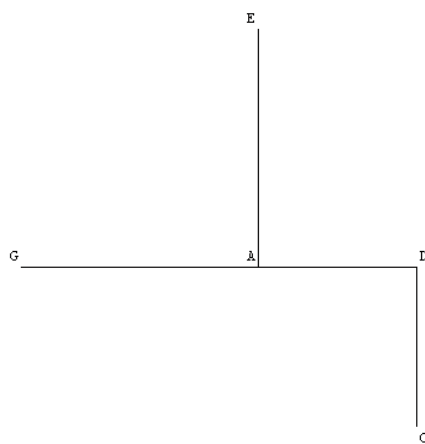


Figure 3