Classe de première 8 **Mercredi 19 septembre 2007**

Devoir surveillé de mathématiques n°1

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, vous devez dire si elle est vraie ou fausse. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte sera comptée 0,5 point, un réponse fausse pénalisera de 0,25 point. Ne pas répondre n'enlève ni n'ajoute de point.

a) Le produit de deux polynômes est toujours un polynôme
b) Le quotient de deux polynômes est toujours un polynôme
c) Le quotient de deux polynômes peut parfois être un polynôme
d) $\left(x^2+x+1\right)^3$ est de degré 5
e) $\left(x+\sqrt{x}\right)^2$ est un polynôme
f) Les fonctions constantes sont des polynômes
g) Le degré de la somme de deux polynômes est inférieur ou égal aux deux degrés de ces polynômes.
h) Le degré de la somme de deux polynômes est supérieur ou égal aux deux degrés de ces polynômes.

Exercice 2 (6 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$:
   a) $2x^2-x+1=0$
   b) $x^4-13x^2+36=0$
   c) $x+\dfrac{1}{x}=3$
2. Donner une factorisation du polynôme $f(x)=4x^2+x-5$
3. Restitution organisée de connaissances : on rappelle que la forme canonique de $f(x)=ax^2+bx+c$ est $f(x)=a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{\Delta}{4a^2}\right]$. En déduire la factorisation de *f*(*x*).

Exercice 3 (10 points)

1. J'ai effectué un trajet de 300 kilomètres. Si j'étais allé 10 km/h plus vite, j'aurais mis une heure de moins.
   a) Montrer, en appelant x la vitesse et y le temps de trajet, que ce problème peut s'écrire $\begin{cases} xy=300 \\ x=10y-10 \end{cases}$
   b) Déterminer la vitesse et le temps du trajet.
2. *ABCD* est un carré de côté a. On place un point I sur le côté [*AB*], la parallèle à (*AC*) passant par I coupe [*BC*] en J et la parallèle à (*BD*) passant par I coupe [*AD*] en L. On complète le rectangle *IJKL*.
   a) Faire une figure.
   b) On pose $AI = x$. Exprimer à l'aide de x les longueurs *IJ* et *IL* (on pourra remarquer que les triangles *AIL* et *BIJ* sont rectangles isocèles).
   c) Justifier que l'aire du rectangle *IJKL* vaut $2x(a-x)$.
   d) Est-il possible que l'aire de *IJKL* soit la moitié de celle de *ABCD* ? Pour quelle position de I .
   e) On prend $a = 6$. Où faut-il placer I pour que l'aire de *IJKL* soit un tiers de celle de *ABCD* ?