Classe de première 10 **Mardi 13 décembre 2011**

Devoir surveillé de mathématiques n°4

Exercice 1 (11 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x - 5$. Sa courbe représentative est donnée sur la feuille annexe.

1. En utilisant le cours sur les fonctions du second degré :
   a) Donner la forme canonique de f, les coordonnées de son sommet et son tableau de variations.
   b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$, donner le tableau de signes de f (rappeler le théorème sur le signe du trinôme).
2. g est la fonction définie par $g = \sqrt{f}$. Donner l'ensemble de définition et le tableau de variation de g.
3. h est la fonction définie par $h = \frac{1}{f}$. Donner l'ensemble de définition et le tableau de variation de h.
4. k est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = |f(x)|$.
   a) Calculer $k(0), k(4), k(-3)$
   b) Comment obtient-on la courbe de k à partir de celle de f ?
5. l est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $l(x) = f(|x|)$.
   a) Calculer $l(0), l(4), l(-3)$.
   b) Comment obtient-on la courbe de l à partir de celle de f ?
6. Représenter les courbes de k et l sur l'annexe.

Exercice 2 (5 points)

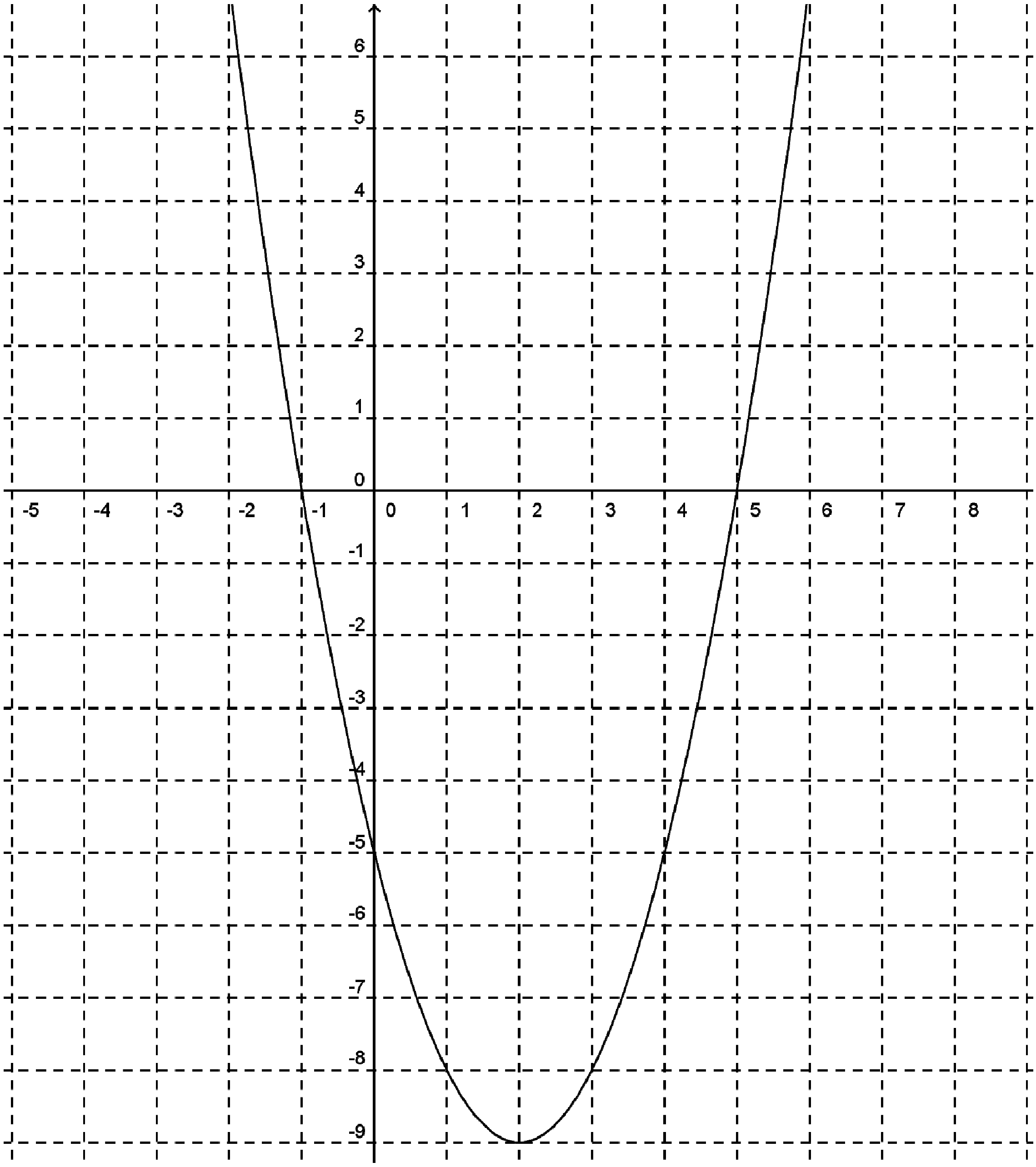
On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

1. Montrer que, pour tous réels a et b de $]0\,;\,+\infty[$, $f(b) - f(a) = (b-a)\left(1 - \frac{1}{ab}\right)$
2. Démontrer que f est croissante sur $[1\,;\,+\infty[$. Quel est le sens de variation de f sur $]0\,;1[$? Dresser le tableau de variations de f.
3. Démontrer que, pour tout $x > 0$, $x + \frac{1}{x} \geq 2$.

Exercice 3 (4 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ (les questions sont indépendantes)

1. $|2x+1| = |3x-2|$
2. $|3x-5| = 2$
3. $|x+4| \leq 5$
4. $|x| = x$



NOM :