Exercice 1 : (4 points)

Les questions sont indépendantes

1. a) Calculer la dérivée de la fonction f définie par $f(x) = \frac{x+3}{x^2+1}$ (développer et réduire le numérateur)

   $f'(x) =$

   b) Donner une équation de la tangente à la courbe de f en son point d'abscisse 1.

2. Calculer la dérivée de la fonction g définie par $g(x) = \left(2 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \sqrt{x}\right)$ (ne pas développer)

   $g'(x) =$

3. On appelle h la fonction définie par $h(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 1$. En quels points de sa courbe la tangente est-elle parallèle à la droite d'équation $y = 2x$?

Exercice 1 : (4 points)

Les questions sont indépendantes

1. a) Calculer la dérivée de la fonction f définie par $f(x) = \frac{x+2}{x^2+3}$ (développer et réduire le numérateur)

   $f'(x) =$

   b) Donner une équation de la tangente à la courbe de f en son point d'abscisse 1.

2. Calculer la dérivée de la fonction g définie par $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(2 + \sqrt{x}\right)$ (ne pas développer)

   $g'(x) =$

3. On appelle h la fonction définie par $h(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 1$. En quels points de sa courbe la tangente est-elle parallèle à la droite d'équation $y = x$?

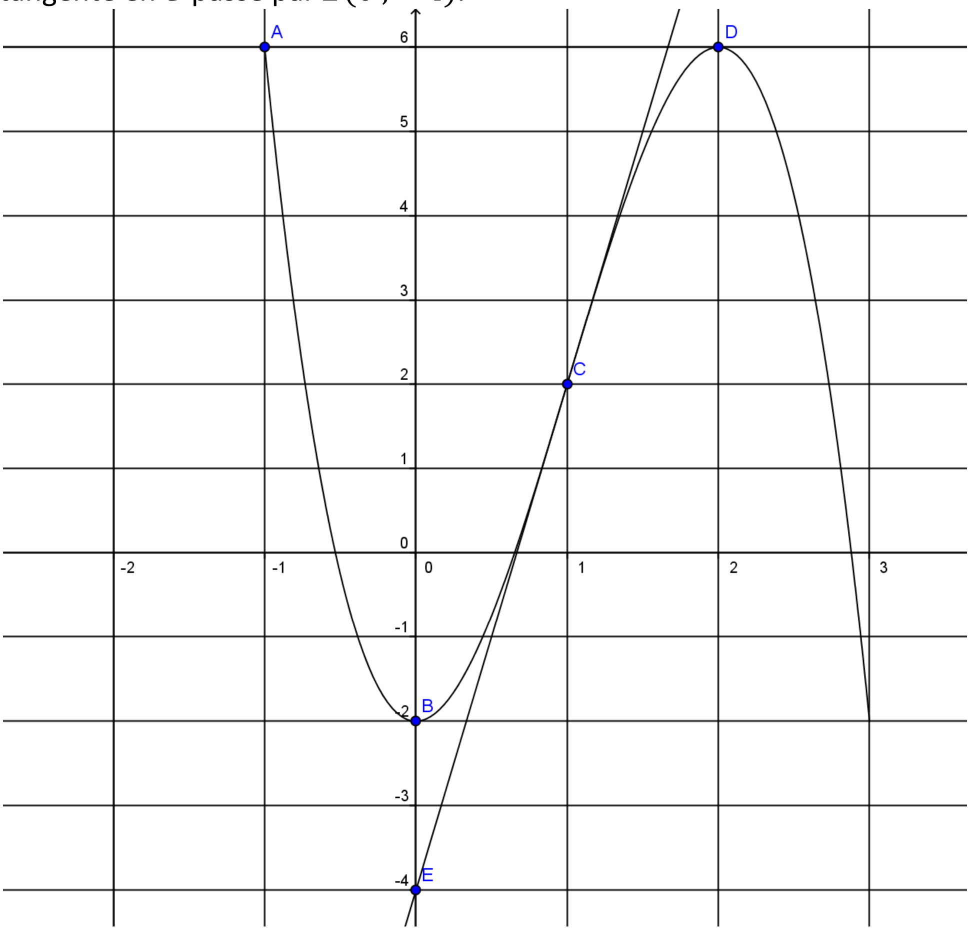
Classe de première 10 **Vendredi 10 février 2012**

Devoir surveillé de mathématiques n°6

Dans les deux exercices, quand un résultat vous est donné, vous pouvez l'admettre pour continuer l'exercice.

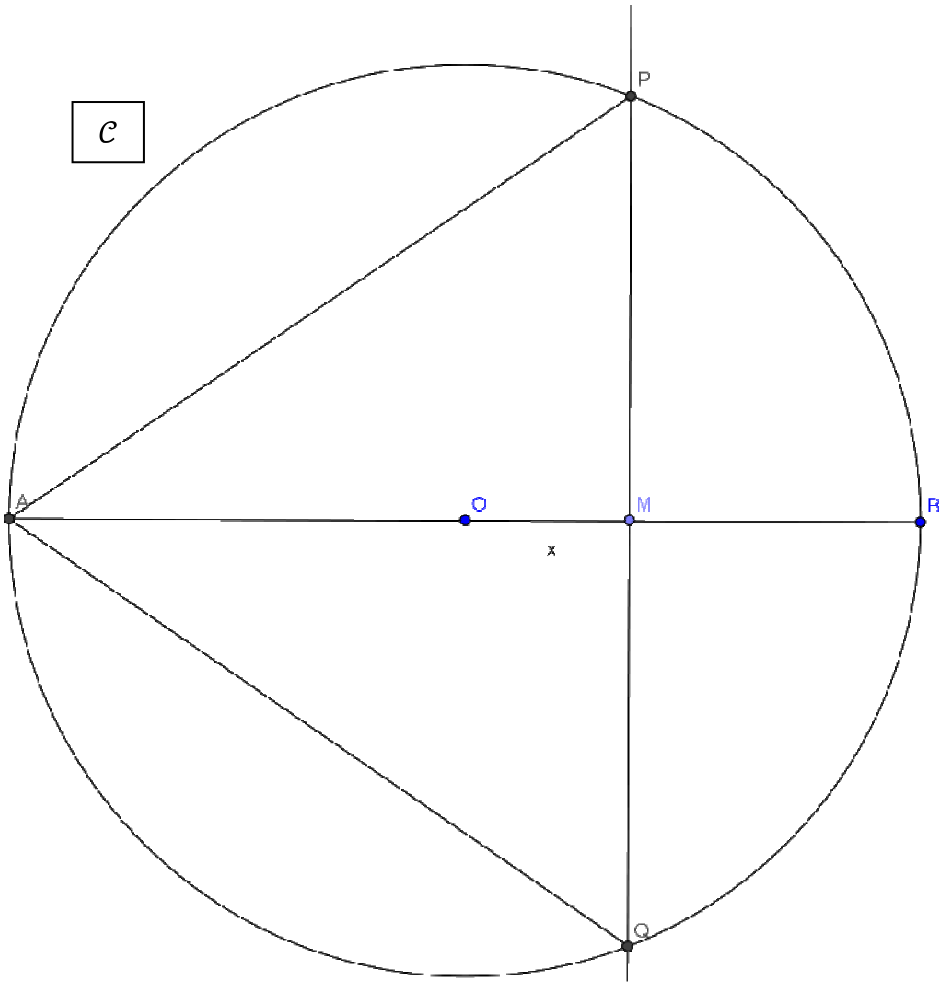
Exercice 2 (8 points)

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur [-1 ; 3]. Elle passe par les points $A(-1\,;6), B(0\,;\,-2), C(1\,;2), D(2\,;6)$. Les tangentes en B et D sont horizontales. La tangente en C passe par $E(0\,;\,-4)$.



1. Donner $f'(0), f'(1)$ et $f'(2)$ en justifiant votre réponse.
2. Déterminer une équation de la tangente en C.
3. Résoudre graphiquement, l'équation $f(x)=0$. Étudier le signe de f. (On donnera pour cette question des valeurs approchées avec la précision permise par la figure).
4. On admet que $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, où a,b,c,d sont 4 réels. Calculer la dérivée de f en fonction de a,b,c,d. Déterminer les valeurs de a,b,c,d en utilisant les données de l'énoncé ou trouvées à la question 1.
5. Dans toute la suite, on admet que $f(x)=-2x^3+6x^2-2$. Calculer la dérivée de f.
6. Étudier les variations de f.
7. Déterminer une fonction F dont la dérivée est f. Quelles sont les variations de F ?

Exercice 3 (8 points)



$\mathcal{C}$ est un cercle de centre O, de rayon 1. $[AB]$ est un diamètre de $\mathcal{C}$, M est un point de $[OB]$. La perpendiculaire à $[AB]$ en M coupe $\mathcal{C}$ en P et Q. On s'intéresse à l'aire du triangle APQ. On pose $OM = x$.

1. Exprimer la longueur PM en fonction de x et montrer que l'aire de APQ vaut $f(x) = (x+1)\sqrt{1-x^2}$.
2. On définit sur [0 ; 1] la fonction u par $u(x) = \sqrt{1-x^2}$.
   Montrer que $\frac{u(x+h)-u(x)}{h} = \frac{-2xh-h^2}{h\left(\sqrt{1-(x+h)^2}+\sqrt{1-x^2}\right)}$.
3. En déduire que la dérivée de u est $u'(x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$. u est-elle dérivable sur [0 ; 1] ?
4. En déduire que la dérivée de f vaut $f'(x) = \frac{-2x^2-x+1}{\sqrt{1-x^2}}$.
5. Étudier les variations de f sur [0 ; 1]
6. Pour quelle position du point M le triangle APQ a-t-il une aire maximale ? Quelle est alors sa forme ?