Classe de première S_5 ***Mardi 26 mars 2002***

Devoir de mathématiques

N°13

Exercice 1) (7 points)

ABC est un triangle, *I* est le milieu de [*AC*], *D* est le symétrique de *B* par rapport à *C*.

1) Faire une figure que l'on complétera par la suite.
2) Exprimer *I* et *D* comme barycentres de *A*, *B* et *C* munis de coefficients que l'on précisera.
3) On appelle *G* le barycentre de $\{(A,\ 2)\ (B,\ -1)\ (C,\ 2)\}$. Montrer que *G* est le point d'intersection de (*AD*) et (*BI*).
4) (*CG*) coupe (*AB*) en *K*. Montrer que *A* est le milieu de [*BK*]

Exercice 2) (9 points)

ABC est un triangle, *I* est le milieu de [*AB*], *J* est le milieu de [*CI*]

1) Faire une figure que l'on complétera par la suite.
2) Exprimer *J* comme barycentre de *A*, *B*, *C* munis de coefficients que l'on précisera.
3) *M* étant un point quelconque du plan, simplifier l'expression des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ définis par $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}, \vec{v} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$. Que peut-on dire de ces vecteurs quand *M* est en *C* ?
4) On appelle $\mathscr{C}$ l'ensemble des points *M* du plan définis par $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$, et $\mathscr{D}$ l'ensemble des points *M* du plan tels que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires. Déterminer $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}$, ainsi que leur intersection.

Exercice 3) (4 points)

Les deux questions sont indépendantes.

1) Soit *ABCD* un parallélogramme, et *M* un point quelconque. Montrer que *MAC* et *MBD* ont même isobarycentre.
2) Soit *G* le barycentre de (*A*, -*a*) (*B*, *a*) (*C*, *c*). Montrer que *G* est sur la parallèle à (*AB*) passant par *C* (*a* désigne un réel, *c* un réel non nul).