

Devoir de mathématiques

N°13

**Exercice 1) (10 points)**

A) Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x^3 + x^2 + 6$ .

- 1) Etudier les variations de  $g$ .
- 2) En déduire que l'équation  $g(x) = 0$  a une seule solution dans  $\mathbb{R}$  et que cette solution, notée  $a$ , est comprise entre  $-3$  et  $-2$ .  
Donner une valeur approchée de  $a$  à  $10^{-2}$  près
- 3) Etudier le signe de  $g(x)$  pour  $x \in \mathbb{R}$

B) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} - \{0\}$  par  $f(x) = x - 1 + \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2}$ .

- 1) Montrer que  $f'(x) = \frac{(x-1)g(x)}{x^4}$ , en déduire les variations de  $f$ .
- 2) Donner une équation de la tangente  $T$  à la courbe  $\mathcal{C}$  de  $f$  en son point d'abscisse 2.
- 3) Tracer  $T$  et  $\mathcal{C}$  dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité 2 cm.

**Exercice 2**

$ABC$  est un triangle,  $I$  est le barycentre de  $\{(A, 2) (C, 1)\}$ ,  $J$  le barycentre de  $\{(A, 1) (B, 2)\}$ ,  $K$  le barycentre de  $\{(C, 1) (B, -4)\}$ .

- 1) Construire  $I, J$  et  $K$ .
- 2) Montrer que  $B$  est le barycentre de  $\{(K, 3) (C, 1)\}$ .
- 3) Quel est le barycentre de  $\{(A, 2), (K, 3) (C, 1)\}$  ?  
En déduire la position de  $J$  par rapport à  $I$  et  $K$ .
- 4) Soit  $L$  le milieu de  $[CI]$  et  $M$  celui de  $[KC]$ . Déterminer 4 réels  $a, b, c, d$  tels que  $L$  soit le barycentre de  $\{(A, a) (C, b)\}$  et  $M$  celui de  $(B, c) (C, d)$ .
- 5) Montrer que  $IJML$  est un parallélogramme dont on précisera le centre.