Classe de 1ère S$_2$ **Jeudi 12 Fevrier 1998**

Devoir de mathématiques

N°17

Exercice 1)

1) On appelle *f* la fonction définie sur **R** par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, *a*, *b*, *c*, *d* étant quatre constantes réelles que l'on déterminera en utilisant les conditions suivantes (on appelle *C* la courbe représentative de *f* dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$

a) *C* passe par *O* et admet en ce point une tangente de coefficient directeur -6.

b) La dérivée de *f* s'annule pour les valeurs -1 et 3.

On pourra admettre pour la suite que l'on a $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - 6x$

2) Montrer que le point I d'abscisse 1 de *C* en est un centre de symétrie.

3) Donner une équation de la tangente T à *C* en *O*. Préciser la position de *C* par rapport à T.

4) Etudier les variations de *f* .

5) Etudier le signe de *f*(*x*) suivant les valeurs de *x*. En déduire l'étude des variations de la fonction *g* définie sur **R** par $g(x) = x^4 - 2x^3 - 18x^2$ (on ne calculera pas les valeurs des extréma)

Exercice 2)

Claculer la dérivée des fonctions *f, g, h, k, l* définies respectivement sur $[-\frac{4}{3},+\infty]$, **R**\{-1;2}, **R**, **R**, **R**\{0.25}par:

$$f(x) = (2x+1)\sqrt{3x+4}, g(x) = \frac{x^2+2x-1}{x^2-x-2}, h(x) = 2\cos 3x + 4\sin 3x, k(x) = (x^3+x^2)^7, l(x) = \frac{1}{(4x-1)^5}$$

Dans chaque cas on précisera l'ensemble de dérivabilité et on simplifiera et factorisera si possible.

Exercice 3)

On appelle *f* la fonction définie sur I = $[-\frac{1}{4},\frac{1}{4}]$ par $f(x) = \frac{1}{1+2x}$, et on appelle *C* sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Justifier que *f* est dérivable sur I et calculer *f'*.

2) Donner une équation de la tangente T à *C* en son point d'abscisse 0.

3) On appelle ε la fonction définie sur I par $\varepsilon(x) = f(x) - (1-2x)$. Montrer que pour tout *x* de I on a $0 \le \varepsilon(x) \le 8x^2$. En déduire un encadrement de *f* sur I.

4) On appelle δ la fonction définie sur I par $\delta(x) = f(x) - (1-2x+4x^2)$. Montrer que pour tout *x* de I on a $|\delta(x)| \le 16|x|^3$. En déduire une valeur approchée de $\frac{1}{0,999}$ et donner un majorant de l'erreur commise.

Barème possible: 1) 7 pts ; 2) 7 pts ; 3) 6 pts.