Classe de Première S_1 ***Pour le 16 Septembre 1999***

Devoir de mathématiques

N°1

Exercice 1)

On veut démontrer le théorème de Menelaüs : ABC est un triangle, A' est un point de (BC), B' un point de (CA), C' un point de (AB), les points A', B' et C' étant distincts de A, B et C. On appelle p le rapport $p = \frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}}$, q le rapport $q = \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}}$, r le rapport $r = \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}}$. Alors A', B' et C' sont alignés si et seulement si pqr = 1.

1) Montrer que $\overrightarrow{A'B} = \frac{p}{1-p}\overrightarrow{BC}$. Exprimer de même les vecteurs $\overrightarrow{B'A}$ et $\overrightarrow{C'A}$

2) On se place maintenant dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{B'C'}$ et $\overrightarrow{A'B'}$.

3) Conclure.

Exercice 2)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Etudier suivant la position du point $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ le signe des expressions $x - y + 2$ et $x - 2y + 3$

2) En déduire la résolution de l'inéquation $(x - y + 2)(x - 2y + 3) \geq 0$.

3) Résoudre le système: $\begin{cases} (x - y + 2)(x - 2y + 3) \geq 0 \\ (2x - y)(x + y - 1) \leq 0 \end{cases}$