

Devoir de mathématiques

N°10

Exercice 1 (7 points)

Le garçon de bureau des éditions Dupuis se plaint à sa dulcinée.

« Voyez-vous, M^oiselle Jeanne, chaque jour je traite un cinquième de mon courrier en retard, mais tous les soirs il m'arrive 200 lettres. Ce matin, j'en ai déjà 2500 sur mon bureau.

Je ne vois pas comment je vais m'en sortir... »

« -Vous trouverez sûrement une solution Monsieur Gaston, vous qui êtes si intelligent ! »

Mais laquelle ?

- 1) Montrer, si on appelle u_n le nombre de lettres en retard le $n^{\text{ème}}$ jour suivant cette conversation, que l'on a $u_0 = 2500, u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n + 200$. Calculer u_1, u_2, u_3 .
- 2) On pose $v_n = u_n - 1000$. Calculer v_0, v_1, v_2, v_3 . Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
- 3) En déduire l'expression de (v_n) puis celle de (u_n) en fonction de n .
- 4) Déterminer la limite de (v_n) puis celle de (u_n) . Etudier le sens de variation de (u_n) .
- 5) Conclure pour notre héros. Combien de lettres aura-t-il traitées en tout en 30 jours ?

Exercice 2) (6 points)

Aux entreprises Galtier et Cie, les employés ont le choix entre deux contrats : le salaire initial est toujours de 1000€ par mois, puis une augmentation de 10€ tous les mois pour le contrat A, et une augmentation de 0,5% tous les mois pour le contrat B.

- 1) On appelle a_n le salaire mensuel d'un employé au bout de n mois avec le contrat A, b_n avec le contrat B. Exprimer a_n et b_n en fonction de n .
- 2) Maxime Y. est en CDD de 18 mois. Quel contrat doit-il choisir ?
- 3) Vincent H. et Alexandre T. ont passé 40 ans dans l'entreprise, mais Vincent avait le contrat A et Alexandre le contrat B. Quelles sommes ont-ils gagnées en tout ?
- 4) Au bout de combien de temps le salaire d'Alexandre a-t-il dépassé celui de Vincent ?

Exercice 3) (7 points)

Dire si les propriétés sont vraies, fausses ou si l'on ne peut rien dire (on justifiera ses dires).

- 1) Une suite (u_n) vérifie pour tout $n > 100$ l'inégalité $|u_n - 1| \leq \frac{n}{n^2 + 1}$.
 a) (u_n) est bornée. b) (u_n) tend vers 1 c) (u_n) est croissante
- 2) Une suite (v_n) qui vérifie pour tout n $\frac{v_{n+1}}{v_n} < 1$ est strictement décroissante.
- 3) a) La suite (w_n) définie par $w_n = \frac{1 + (-1)^n \sin n}{n + 1}$ vérifie $|w_n| \leq \frac{2}{n + 1}$. Elle est :
 b) décroissante. c) bornée. d) convergente.
- 4) Toute suite convergente est bornée.
- 5) Toute suite non majorée tend vers $+\infty$