Lycée Richelieu

Classes de 1ère S

Epreuve commune de mathématiques

Durée : 2heures

La calculatrice est autorisée.

Exercice 1) (12 points)

On définit les fonctions : f sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 6x$ et g sur $\mathbb{R} - \{0\}$ par $g(x) = 2x - \dfrac{16}{x}$. On appelle $\mathscr{C}$ et Γ leurs courbes respectives dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 2cm sur (Ox) et 1cm sur (Oy).

1) Montrer que f et g sont des fonctions impaires. Quelle en est la conséquence graphique ?
2) a) Etudier les variations de f (calcul de la dérivée, sens de variation, tableau).
   b) Encadrer $|f(x)|$ pour $x \in [-2 ; 2]$.
3) Etudier la fonction g.
4) Montrer que $\mathscr{C}$ et Γ ont deux points communs A et B, en déterminer les coordonnées.
5) Etudier les positions relatives de $\mathscr{C}$ et Γ.
6) Montrer que $\mathscr{C}$ et Γ admettent en A et en B une tangente commune, et que ces tangentes sont parallèles entre elles. Donner une équation de ces tangentes.
7) Tracer $\mathscr{C}$, Γ et leurs tangentes en A et B pour $x \in [-3;3]$ dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 2cm sur (Ox) et 1cm sur (Oy).

Exercice 2) (8 points)

Dans le repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$ on donne le point M de coordonnées $M(2\sqrt{3} ; 2)$.

1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2) Déterminer les coordonnées polaires de M dans $(O, \vec{i})$.
3) On considère le point N tel que $ON = \dfrac{1}{2}OM$ et $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = \dfrac{3\pi}{4}[2\pi]$. Déterminer les coordonnées polaires de N dans $(O, \vec{i})$.
4) En utilisant les formules d'addition, calculer $\cos\dfrac{11\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{11\pi}{12}$, en déduire les coordonnées cartésiennes de N dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
5) Montrer que la distance MN est égale à $2\sqrt{5 + 2\sqrt{2}}$ et donner une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de $(\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{MN})$.