Classe de 1ère S5 **Lundi 10 décembre 2001**

Devoir de mathématiques

N°9

L'usage de la calculatrice est interdit.

Exercice 1) (3 points)

Dans le plan muni d'un repère polaire $(O,\vec{i})$ et d'un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$, d'unité 1cm, on donne les points suivants :

$A(2\sqrt{3};-2)$ $B[2;\frac{5\pi}{6}]$ $C(-5;0)$ $D[3;\frac{5\pi}{3}]$ $E(-\pi;\pi)$ $F[\frac{1}{2};\frac{1727\pi}{3}]$. Déterminer les coordonnées manquantes pour chaque point.

Exercice 2) (5 points)

1) Dans le plan muni d'un repère polaire $(O,\vec{i})$ et d'un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$, d'unité 1cm, on considère le point $M_0(1;0)$. Donner les coordonnées polaires de M_0. On appelle M_1 le point d'angle polaire $\theta_1 = \frac{\pi}{3}[2\pi]$, et de même abscisse que M_0. Déterminer l'ordonnée de M_1 ainsi que la distance OM_1. Placer M_0 et M_1
2) On construit maintenant M_2 de sorte que les triangles OM_0M_1 et OM_1M_2 soient directement semblables. Prouver que l'on a $M_2[4;\frac{2\pi}{3}]$ et en déduire les coordonnées de M_2. Que vaut la distance M_1M_2 ? Placer M_2
3) On construit ainsi de suite M_3, M_4… Placer M_3, déterminer ses coordonnées cartésiennes et polaires. Déterminer les coordonnées cartésiennes et polaires de M_{2001}.

Exercice 3) (3 points)

A, *B*, *C*, *D* sont 4 points dans cet ordre, en sens direct sur un cercle de centre *O*, tels que (*AC*) et (*BD*) soient orthogonales et sécantes en *E*. On appelle *I* le milieu de [*AB*].

1) Montrer que $(\overrightarrow{EI},\overrightarrow{EB}) = (\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA})$
2) Montrer que $(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{CD}) = -\frac{\pi}{2} + (\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD})[2\pi]$
3) Déduire des résultats précédents la valeur de $(\overrightarrow{EI},\overrightarrow{CD})$
4) Quel théorème vient on de prouver ?