Classe de première S_5 ***Mardi 4 Mai 1999***

Devoir de mathématiques

N°18

Exercice 1) (13 points)

A) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + x^2 + 6$.

1) Etudier les variations de g (avec les limites).
2) En déduire que l'équation $g(x) = 0$ a une seule solution dans $\mathbb{R}$ et que cette solution, notée a, est comprise entre –3 et –2.
   Donner un encadrement de a d'amplitude 0.01
3) Etudier le signe de $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$

B) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ par $f(x) = x - 1 + \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^3}$

1) Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2) Montrer que pour tout réel non nul x, $f'(x) = \dfrac{(x-1)g(x)}{x^4}$, en déduire les variations de f.
4) Montrer que la droite Δ d'équation $y = x - 1$ est asymptote à la courbe de f. Préciser leurs positions relatives.
5) Tracer Δ et la courbe C représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité 2cm

Exercice 2) (7 points)

On définit une fonction f sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 + \sin(2x) + 2\cos(x)$

1) Précisez la période de f
2) Montrer que le point de la courbe de f d'abscisse $\pi/2$ en est centre de symétrie.
Sur quel intervalle allez-vous étudier f ?
3) Calculer f', et prouver que pour tout réel x, $f'(x) = -2(2\sin x - 1)(1 + \sin x)$
En déduire les variations de f.
4) Tracer la courbe de f dans un repère dont l'unité est laissée à votre sagesse.
5) Donner le sens de variation de la fonction g définie sur $[\frac{-\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ par
   $g(x) = 2x - \cos(2x) + 4\sin(x)$ (on justifiera avec soin).