Classe de Première S_2 **Le 26 Mars 1998**

Devoir de mathématiques

N°19

Exercice 1) (8 points)

Soit *f* la fonction définie sur **R** par $f(x) = 1 + 2\sin x + \sin 2x$, et *C* sa courbe dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'unités 1cm sur (*Oy*), $\frac{6}{\pi}$ cm sur (*Ox*) (c'est à dire que π est représenté par 6 cm sur l'axe des abscisses)

a) Déterminer la période de *f*, montrer que le point de *C* d'abscisse 0 est un centre de symétrie de *C*. Sur quel intervalle allez-vous étudier *f* ?
b) Montrer que $f'(x) = 2(1+\cos x)(2\cos x - 1)$.
c) En déduire le signe de *f'* sur $[0,\pi]$ et les variations de *f*.
d) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions x_1 et x_2 sur $]-\pi,\pi]$, en donner une valeur approchée à 10^{-1} près.
e)Tracer *C*.
f) Etudier les variations de la fonction *g* définie sur $]-\pi,\pi]$ par $g(x) = 2x - 4\cos x - \cos 2x$

Exercice 2) (4 points)

Le but de l'exercice est d'obtenir des encadrements des fonctions trigonométriques.

a) En étudiant les variations de la fonction f définie sur $[0;\pi]$ par $f(x) = \sin x - x$, montrer que f est négative, et en déduire que, sur cet intervalle, $0 \leq \sin x \leq x$.
b) En procédant de même pour la fonction g définie par $g(x) = \cos x - 1 + \frac{x^2}{2}$, montrer que, toujours sur $[0 ; \pi]$, on a $1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos x \leq 1$.
c) Prouver de même que, sur cet intervalle, $x - \frac{x^3}{6} \leq \sin x \leq x$.

Exercice 3) (8 points)

Soit *f* la fonction définie sur D=**R**\{-3 ;2} par $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 17}{x^2 + x - 6}$.

a) Déterminer trois réels *a*, *b*, *c* tels que l'on ait pour tout *x* de D $f(x) = a + \frac{b}{x+3} + \frac{c}{x-2}$.
b) Déterminer les limites de *f* aux bornes de *D*.
c) Etudier les variations de *f*.
e) Tracer la courbe *C* de *f* dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'unités 1,5 cm sur (*Ox*), 3cm sur (*Oy*). On en précisera les asymptotes.
f) Déterminer graphiquement, suivant les valeurs du réel m, le nombre et le signe des solutions à l'équation d'inconnue *x* : $f(x) = m$.
g) Ecrire une équation (que l'on ne cherchera pas à résoudre) permettant de trouver les tangentes à *C* passant par l'origine O du repère ; préciser leur nombre.