

Devoir de mathématiques

N²

Exercice 1) (6 points)

- 1) On appelle f , g et h les fonctions définies respectivement par $f(x) = x^2 + 3$, $g(x) = \frac{1}{x}$, $h(x) = 3x - 5$. Donner l'ensemble de définition de ces fonctions, préciser leurs sens de variations respectifs, dresser leurs tableaux de variation.
- 2) Donner l'expression et l'ensemble de définition des fonctions $f + g$, $g \circ f$, $f \times h$.
- 3) Préciser les intervalles sur lesquels des théorèmes du cours vous permettent de conclure sur le sens de variation des 3 fonctions $f + g$, $g \circ f$, $f \times h$.

Exercice 2) (7 points)

On appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$.

- 1) Montrer que f est décroissante sur $] -\infty ; 2[$ et sur $]2 ; +\infty[$
- 2) Etudier le signe de f sur $\mathbb{R} - \{2\}$.
- 3) Déterminer deux réels a et b tels que l'on ait, pour tout x de $\mathbb{R} - \{2\}$, $f(x) = a + \frac{b}{x-2}$.
- 4) En déduire 3 fonctions élémentaires f_1, f_2, f_3 telles que l'on ait $f = f_3 \circ f_2 \circ f_1$.
- 5) Etudier le sens de variation de la fonction g définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par $g(x) = f(x)^2$.

Exercice 3) (7 points)

On appelle f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 4x + 5$, et on pose $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

- 1) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = (x+2)^2 + 1$.
- 2) En déduire que pour tout réel x , $f(x) \geq 1$, puis que g est définie sur \mathbb{R} .
- 3) Montrer que pour tout réel x , $0 < g(x) \leq 1$.
- 4) Etudier le sens de variation de f , puis celui de g .
- 5) a étant un réel, donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = a$ (on discutera suivant la valeur de a).