

Devoir de mathématiques

N°4

Exercice 1) (6 points)

- 1) On appelle P le polynôme défini par $P(x) = (x-2)(x+5)$. Développer P . Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$, étudier le signe de $P(x)$.
- 2) Déterminer les réels a et b tels que le polynôme Q défini par $Q(x) = 7x^3 + ax^2 + bx + 30$ admette 2 et -5 pour racines.
- 3) Factoriser $7x^3 + 18x^2 - 79x + 30$ par $x^2 + 3x - 10$.
- 4) Dédire des questions précédentes la résolution dans \mathbb{R} de $7x^3 + 18x^2 - 79x + 30 < 0$

Exercice 2) (8 points)

On appelle f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 2x - 7$ et g la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$ par $g(x) = -\frac{4}{x}$.

- 1) Montrer que, pour tout réel x , $f(x) = (x+1)^2 - 8$. En déduire le tracé de la courbe P de f dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1 cm (on écrira une phrase en français expliquant le tracé).
- 2) Déterminer les antécédents de 0 par f .
- 3) Tracer, dans le même repère que précédemment, la courbe H de g .
- 4) Déterminer une équation polynomiale dont sont solution les abscisses des points d'intersection de P et H .
- 5) Montrer que le polynôme $x^3 + 2x^2 - 7x + 4$ se factorise par $(x + 4)$. En déduire les coordonnées des points d'intersection de P et H . Préciser les positions relatives de P et H .
- 6) Expliquer comment on construirait point par point les courbes des fonctions suivantes :

$$\varphi_1 : x \rightarrow |f(x) - g(x)|; \varphi_2 : x \rightarrow \frac{1}{2}(f(x) + g(x))$$

Exercice 3) (6 points)

On appelle f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 18x$, et C sa courbe représentative, que l'on ne cherchera pas à tracer.

- 1) Montrer que $I \begin{pmatrix} -1 \\ 20 \end{pmatrix}$ est centre de symétrie de C .
- 2) Montrer que $f(x)$ se factorise par $x - 3$. En déduire les antécédents de 0 par f .
- 3) Montrer que l'on peut écrire pour tout x $f(x) = x^3 + 3(x-3)^2 - 27$.
- 4) Etudier le sens de variation de f sur $[3; +\infty[$.
- 5) Comment la symétrie de C permet-elle d'obtenir le sens de variation de f sur $]-\infty; -5]$?