

Devoir de mathématiques

N°16

Exercice 1) (de circonstance, 5 points)

A l'entrée d'un supermarché d'une riante cité de banlieue se tient un vigile. Quand un client se présente avec un sac, le cerbère lui demande de l'ouvrir, en choisissant une des deux phrases suivantes : « Veuillez avoir l'obligeance d'ouvrir votre sac » (phrase 1) ou « Tu vas ouvrir ton sac, espèce de c...(ou de p..., d'enc..., de b... suivant l'humeur) » (phrase 2).

La phrase 1 est adressée à 80% des clients de plus de 20 ans, et à 40% des clients de moins de 20 ans. Les trois quarts des clients ont plus de 20 ans.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Phrase 1	Phrase 2	Total
Plus de 20 ans			
Moins de 20 ans			
Total			

- 2) Un client vient de se faire insulter. Quelle est la probabilité qu'il ait plus de 20 ans ?
- 3) Quand un client de moins de 20 ans se fait insulter, il répond dans la moitié des cas. Une fois sur 10 la situation s'envenime et le vigile gagne la bataille 99 fois sur 100. Un client de moins de 20 ans muni d'un sac se présente à l'entrée du supermarché. Quelle est la probabilité que le vigile se retrouve à l'infirmerie ?

Exercice 2 (10 points)

Un questionnaire à choix multiples comporte 5 questions, et pour chacune d'elles trois réponses sont possibles, dont une seule est juste. Une réponse juste rapporte 2 points, une réponse fausse enlève 1 point, une absence de réponse ne rapporte ni ne pénalise. Si la note obtenue est négative, elle est ramenée à 0

- 1) Quelles sont les notes possibles (détaillez votre réponse)
- 2) Démontrer qu'il y a 10 manières de choisir 3 objets parmi 5. Combien y a-t-il de manières de choisir 2 objets parmi 5 ?
- 3) Un candidat ne connaît rien des questions posées. Il répond au hasard à toutes les questions.
 - a) Quelles notes peut-il obtenir ?
 - b) Quelle est la probabilité qu'il réponde juste à au moins une question ?
 - c) On appelle X la variable aléatoire égale à sa note. Donner la loi de X.
- 4) Un candidat connaît la réponse à deux tiers des questions, et ne répond qu'aux questions dont il connaît la réponse. On appelle Y la variable aléatoire égale à sa note. Montrer que la loi de Y est donnée par :

Note N	10	8	6	4	2	0
P(Y = N)	$\frac{32}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{40}{243}$	$\frac{10}{243}$	$\frac{1}{243}$

Calculer l'espérance de Y, comment peut-on l'interpréter ? Calculer la variance de Y.

- 5) Quelle est la probabilité que chacun des candidats ait la moyenne ?

Exercice 3) (5 points)

On définit une suite (u_n) par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + \frac{1 + u_n}{1 + 2u_n}$

- 1) Calculer les cinq premiers termes de cette suite.
- 2) Montrer que (u_n) est croissante à termes positifs.
- 3) Montrer que $u_{n+1} > u_n + 1/2$. En déduire que $u_n > 1 + \frac{n}{2}$. Quelle est la limite de (u_n) ?