

Devoir de mathématiques

N°11

Exercice 1) (7 points)

Construire un triangle ABC tel que $AB = 8$, $AC = 5$ et $BC = 6$ (l'unité est le cm). I est le milieu de $[AB]$.

- 1) Construire l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 82$.
- 2) Choisir k pour que la ligne de niveau L_k de la fonction f définie par $f(M) = MA^2 + MB^2$ passe par C .
- 3) Construire l'ensemble F des points M tels que $61 < MA^2 + MB^2 < 82$.
- 4) On note G_k l'ensemble des points M tels que $MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = k$
 - a) Quelle est la nature de G_k
 - b) Choisir k pour que G_k passe par B et la construire dans ce cas particulier.

Exercice 2) (13 points)

ABC est un triangle tel que $AB = 7$, $AC = 9$, $BC = 8$. I est le milieu de $[BC]$

- 1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure de l'exercice (unité : 1cm)
- 2) a) Calculer AI , et le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
 - b) Calculer la valeur de $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$, puis celle de $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
 - c) En déduire l'aire de ABC et le rayon de son cercle circonscrit.
- 3) On appelle G le milieu de $[AI]$. Montrer que G est le barycentre de $(A, 2)$, $(B, 1)$, $(C, 1)$.
Calculer GA , GB et GC
- 4) On pose $f(M) = AM^2 + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC}$.
Montrer que $f(M) = 2MG^2 + f(G)$
En déduire la nature des lignes de niveau de f .
- 5) Calculer $f(A)$, en déduire $f(G)$ et la valeur de $\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC}$.
- 6) On définit g par $g(M) = 2MA^2 + MB^2 + MC^2$
 - a) Montrer que $g(M) = 4MG^2 + 2GA^2 + GB^2 + GC^2$. En déduire la nature des lignes de niveau de g .
 - b) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $f(M) + g(M) = 0$.