

Devoir de mathématiques

N°10

Exercice 1)

- a) Résoudre dans \mathbf{R} $4x^2 - 2(1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$
- b) En déduire la résolution dans $]-\pi, \pi]$ de $4\cos^2(2x) - 2(1 + \sqrt{3})\cos(2x) + \sqrt{3} = 0$
- c) Résoudre dans \mathbf{R} $2x^2 - 1 < 0$
- d) En déduire la résolution dans $]-\pi, \pi]$ de $2\cos^2(x - \frac{\pi}{3}) < 0$.

Exercice 2)

Construire un triangle ABC tel que $AB = 8$, $AC = 5$ et $BC = 6$. I est le milieu de [AB].

- a) Construire l'ensemble E des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 82$
- b) Choisir k pour que la ligne de niveau L_k de l'application f définie par $f(M) = MA^2 + MB^2$ passe par C.
- c) Construire l'ensemble F des points M tels que $61 \leq MA^2 + MB^2 \leq 82$.
- d) On note G_k l'ensemble des points M tels que $MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = k$, où k est un réel donné. Précisez la nature de G_k . Choisir k pour que G_k passe par B, et la construire dans ce cas particulier.

Exercice 3)

ABC est un triangle isocèle avec $AB = AC = 2a$, et $BC = 3a$. G est le barycentre de (A,3) (B,2) (C,2), et I le milieu de [BC].

- a) Calculer AI, GI, GB, GC.
- b) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $3MA^2 + 2MB^2 + 2MC^2 = ka^2$ où k est un réel positif donné

Exercice 4)

ABC est un triangle, K le centre du cercle inscrit. En considérant les aires des triangles ABK, ACK et BCK, calculer le rayon du cercle inscrit en fonction des côtés.

En déduire une relation simple entre les côtés, le rayon r du cercle inscrit, le rayon R du cercle circonscrit.

Barème possible: 1) 6 pts ; 2) 7 pts ; 3) 4 pts ; 4) 3 pts.