

Devoir de mathématiques
N°6

Exercice 1) (5 points)

Cet exercice doit être traité sans calculatrice avant de continuer le contrôle.

Répondre par vrai ou faux en justifiant votre réponse

On appelle f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$, a, b, c étant trois réels, $a \neq 0$.

- Si $c = 0$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet 0 pour solution.
- Si 1 est solution de l'équation $f(x) = 0$, alors $a + b + c = 0$.
- Si pour tout réel x $f(x) \geq 0$ alors $\Delta \geq 0$.
- Si $\Delta > 0$ et $a > 0$, alors l'inéquation $f(x) < 0$ admet des solutions.
- Si a et c sont de même signe alors l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution.
- Si $a > 0$, alors f admet un minimum.
- f atteint son minimum pour $x = \frac{-b}{a}$.
- Si f admet un minimum, alors $\Delta < 0$.
- Si $a + b + c = 0$, alors $\Delta \geq 0$.
- Si $a < 0$ et $\Delta < 0$, alors l'inéquation $f(x) \leq 0$ admet des solutions.

Exercice 2) (9 points)

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

- S est un réel positif, on cherche à déterminer deux réels a et b de somme 10, dont la somme des carrés est S .
 - Montrer que cela conduit à résoudre l'équation $2a^2 - 20a + 100 - S = 0$.
 - Montrer que le discriminant de cette équation vaut $8S - 400$.
 - En déduire les valeurs de S pour lesquelles l'équation a des solutions.
 - Répondre à la question posée.
- Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

- $x + \sqrt{x-3} = 9$
- $2x^3 + x^2 - 3x > 0$
- $x - \frac{1}{x} = 1$
- $\frac{2x-11}{x-3} \leq \frac{4x+5}{x+1}$

Exercice 3 (6 points)

Un automobiliste, face à un obstacle imprévu, met une seconde à réagir, puis commence à freiner. Appelons v sa vitesse, en km/h au moment où il aperçoit l'obstacle.

- Montrer qu'il parcourt une distance égale à $\frac{v}{3,6} 3,6v$ mètres en une seconde.

Que peut-on dire de cette distance de réaction quand la vitesse double ?

- Pendant le freinage, la distance en mètres parcourue jusqu'à l'arrêt (sur route sèche) vaut kv^2 où k est une constante. Déterminer k sachant qu'à une vitesse de 30 km/h cette distance est de 6m. Que peut-on dire de cette distance de freinage quand la vitesse double ?
- Montrer que la distance d'arrêt en mètres vaut $\frac{6v^2 + 25v}{900}$. Quelle est la distance d'arrêt pour une vitesse de 30 km/h ? De 100 km/h ? De 150 km/h ?
- A quelle vitesse maximale doit-on rouler pour être en mesure de s'arrêter quand un obstacle surgit à 50m ?
- Sur route mouillée, la distance de freinage est doublée (mais pas la distance de réaction). Que devient alors le résultat de la question 4 ?