Classe de Première S_1 ***Jeudi 30 Septembre 1999***

Devoir de mathématiques

N°4

Exercice 1) 8 points

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$
   a) $2x-1=\sqrt{x+3}$
   b) $\dfrac{x+2}{3x-1}\leq\dfrac{2x+1}{x+1}$
   c) $5x^2-9|x|+4=0$
2) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$
   a) $\begin{cases} x-y=8 \\ xy=20 \end{cases}$
   b) $\begin{cases} x^2+y^2=150 \\ xy=30 \end{cases}$

Exercice 2) 6 points

On considère un segment [AB] de longueur 2*R* (*R* est un réel positif fixé) , de milieu O. On trace un demi cercle de centre O, de rayon *R*. M est un point variable de [OA], et on appelle *x* la distance OM. On trace un rectangle MNPQ, avec N et P sur le demi cercle, et Q le symétrique de M par rapport à O.

1) Faire une figure.
2) Quel est l'intervalle de variation de *x* ?
3) Exprimer le côté MN puis l'aire du rectangle en fonction de *x* et *R*.
4) On veut que l'aire du rectangle soit égale à la moitié de celle du demi disque. Montrer que cela revient à résoudre l'équation $4x^4-4R^2x^2+\dfrac{\pi^2R^4}{16}=0$. En déduire la (ou les) valeur de *x* répondant au problème.

Exercice 3) 6 points

Etant donné un cercle $\mathscr{C}$ de centre *O* et de rayon R, et un point *A* extérieur à $\mathscr{C}$, on cherche les tangentes à $\mathscr{C}$ passant par *A*.

1) Montrer que les points de contact de ces tangentes sont les points d'intersection de $\mathscr{C}$ et du cercle de diamètre [*OA*]
2) On munit le plan d'un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$ où $\vec{i}$ est directement colinéaire à $\overrightarrow{OA}$. On appelle 2d la distance *OA*. Donner les coordonnées de *A* et du milieu I de [*OA*].
3) En déduire une équation de $\mathscr{C}$ et une équation du cercle de diamètre [*OA*].
4) En déduire les coordonnées des points de contact des tangentes à $\mathscr{C}$ passant par *A*.