

Devoir de mathématiques

N°4

Exercice 1) (7 points)

On appelle f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 20$ et C sa courbe (qu'on ne cherchera pas à tracer) dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Montrer que le point $I(-1; 46)$ est centre de symétrie de C .
- 2) Factoriser $f(x)$ par $x - 1$, en déduire les points d'intersection de C avec l'axe des abscisses, étudier le signe de $f(x)$.
- 3) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = (x-2)^3 + 9(x-2)^2 - 8$. En déduire le sens de variation de f sur $[2; +\infty[$. Expliquer comment la symétrie de C permet d'obtenir le sens de variation de f sur $]-\infty; -4]$.
- 4) On appelle g la fonction définie par $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. Montrer que g est bornée sur $[3; +\infty[$.

Exercice 2) (5 points)

- 1) Deux automobilistes effectuent le même parcours de 400 km, mais l'un d'eux le fait en une heure de moins à 20 km/h de plus. Déterminer les vitesses et les temps de parcours.
- 2) Déterminer tous les couples de réels de produit 15 et de différence 8.

Exercice 3) (8 points)

Résoudre dans \mathbb{R}

- 1) $\frac{x+1}{2x-3} \leq \frac{4x-2}{x+7}$
- 2) $(x^2 + x)^2 = 14(x^2 + x) + 24$
- 3) $x + \sqrt{x+1} = 7$
- 4) $x + \frac{1}{x} = a$ (a est un réel donné, on discutera suivant la valeur de a)