

Devoir de mathématiques

N° 11

Exercice 1)

a) Développer $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

b) En déduire la résolution dans $] -\pi, \pi]$ de $\sqrt{2} \cos x - \sqrt{2} \sin x = 1$

c) En déduire la résolution dans $] -\pi, \pi]$ de $\sqrt{2} \cos 3x - \sqrt{2} \sin 3x = 1$

Exercice 2)

Résoudre, dans l'intervalle I, les équations et inéquations suivantes:

a) $I = \mathbf{R}$, $\cos^2 x + \cos x - 6 < 0$

b) $I =] -\pi, \pi]$, $4 \sin^2(2x) - 4 \sin(2x) + 3 = 0$

c) $I = [0 ; 2\pi[$, $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 < 0$

d) $I = \mathbf{R}$, $4 \sin^2 x + 2(1 - \sqrt{3}) \sin x - \sqrt{3} = 0$

Exercice 3)

On appelle x et y les réels suivants: $x = \cos \frac{\pi}{5}$, $y = \sin \frac{\pi}{5}$.

a) Montrer que $\cos \frac{2\pi}{5} = 1 - 2y^2$, $\sin \frac{2\pi}{5} = 2xy$, $\sin \frac{3\pi}{5} = y(4x^2 - 1)$

b) Montrer que $\sin \frac{2\pi}{5} = \sin \frac{3\pi}{5}$ et en déduire que x vérifie l'équation $4x^2 - 2x - 1 = 0$.

c) En déduire les valeurs de $\cos \frac{\pi}{5}$, $\sin \frac{\pi}{5}$, $\cos \frac{2\pi}{5}$, $\sin \frac{2\pi}{5}$

d) En déduire le côté et l'apothème du pentagone régulier convexe et du pentagone régulier étoilé en fonction du rayon de leur cercle circonscrit.

Note à l'usage des non-hellénistes: l'apothème d'un polygone régulier est la distance du centre du cercle circonscrit au milieu d'un côté. C'est aussi le rayon du cercle inscrit.

Barème possible: 1) 5 pts ; 2) 8 pts ; 3) 7 pts.