

## Devoir de mathématiques

## N°8

**Exercice 1) (5 points)**

Résoudre dans l'intervalle I donné, l'équation donnée

- 1)  $I = \mathbb{R}$ ,  $\cos^2 x - 5 \cos x + 6 \leq 0$
- 2)  $I = \mathbb{R}$ ,  $\sin(2x - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (on donnera les mesures principales des solutions)
- 3)  $I = [0 ; 2\pi]$ ,  $2 \cos x + 1 > 0$

**Exercice 2) (5 points)**

$ABC$  est un triangle isocèle en  $A$ , tel que  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{2\pi}{5}[2\pi]$ . On appelle  $x$  la longueur  $AB$  et  $y$  la longueur  $BC$ .

- 1) Donner une mesure des angles  $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$  et  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$
- 2) La bissectrice intérieure de  $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$  coupe  $(AC)$  en  $D$ . Montrer que  $ABC$  et  $BCD$  sont de même forme, en déduire la valeur de  $BD$  et  $CD$  en fonction de  $x$  et  $y$ .
- 3) Quelle est la nature du triangle  $ADB$ ? En déduire que  $AD = y$ , puis que  $x = y + \frac{y^2}{x}$ .
- 4) Montrer que l'on a  $y = x \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$ . En utilisant les triangles  $ADB$  et  $ABC$ , montrer que l'on a  $\cos \frac{\pi}{5} = \frac{y}{2x}$  et  $\cos \frac{2\pi}{5} = \frac{x}{2y}$ , en déduire les valeurs de  $\cos \frac{\pi}{5}$ ,  $\cos \frac{2\pi}{5}$ ,  $\sin \frac{\pi}{5}$ ,  $\sin \frac{2\pi}{5}$ .