

Devoir de mathématiques

N°12

Exercice 1) (12 points)

a) Montrer que, pour tout réel x , on a $\cos(3x) = 4\cos^3 x - 3\cos x$

b) En déduire que, pour tout réel x , on a :

$$\cos(3x) + \cos(2x) + \cos x = 4\cos^3 x + 2\cos^2 x - 2\cos x - 1$$

c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $4X^3 + 2X^2 - 2X - 1 = 0$ (on pourra remarquer que $-\frac{1}{2}$ en est une solution).

d) En déduire la résolution dans \mathbb{R} de l'équation $\cos(3x) + \cos(2x) + \cos x = 0$.

Exercice 2) (8 points)

On définit une fonction f sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos x - \sqrt{3} \sin x$

a) Montrer que pour tout réel x , on a $f(x) = 2\cos(x + \frac{\pi}{3})$

b) En déduire la résolution dans $[0, 2\pi[$ de l'inéquation $f(x) \geq -\sqrt{2}$.

c) Déduire du a) la résolution dans \mathbb{R} de l'équation $\cos(3x) - \sqrt{3} \sin(3x) = \sqrt{3}$.

On donnera une mesure principale de chaque solution.