

Devoir de mathématiques

N°1

Exercice 1) (6 points)

1) Résoudre dans l'intervalle I donné :

a) $2 \sin(2x) + \sqrt{3} = 0$, $I = \mathbb{R}$ (on donnera la mesure principale des solutions)

b) $\cos^2 2x + 4 \cos 2x + 3 = 0$, $I =]-\pi; \pi]$

c) $\cos(x - \frac{2\pi}{3}) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$, $I = [0; 2\pi[$

d) $\sin x = \sin(2x)$, $I = \mathbb{R}$ (on donnera la mesure principale des solutions)

2) Rappeler les valeurs suivantes : $\cos \frac{2\pi}{3}$, $\sin 41\pi$, $\sin \frac{5\pi}{4}$, $\cos(\pi - x)$, $\sin(\pi + x)$, $\cos \frac{131\pi}{6}$

Exercice 2) (6 points)

OAB et OCD sont deux triangles rectangles isocèles en O , $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$. On

appelle R_1 la longueur OA , R_2 la longueur OC . On appelle θ l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$. I est le milieu de $[AD]$, et on veut prouver que (OI) et (BC) sont orthogonales.

1) Faire une figure avec $R_1 = 4\text{cm}$, $R_2 = 2\text{cm}$, $\theta = \frac{5\pi}{6}$.

2) Dans toute la suite, on prendra les valeurs littérales pour R_1 , R_2 et θ .

a) On se place dans le repère polaire (O, \overrightarrow{OA}) . Donner les coordonnées polaires des points A, B, C, D en fonction de R_1, R_2 et θ .

b) Donner, dans le repère cartésien associé, les coordonnées de O, A, B et C .

c) Montrer que les coordonnées cartésiennes de D sont $D(-R_2 \sin \theta, R_2 \cos \theta)$.

3) Déterminer les coordonnées de I et celles de \overrightarrow{BC} ,

4) Montrer enfin que les vecteurs \overrightarrow{OI} et \overrightarrow{BC} sont orthogonaux.

Exercice 3) (4 points)

AOI est un triangle équilatéral avec $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AI}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$. Les triangles OIJ et IBA sont

rectangles isocèles avec $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ}) = (\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IA}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$. Le but de l'exercice est de calculer

l'angle $(\overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{AB})$ et d'en tirer une conséquence.

1) Faire une figure avec $OA = 5\text{cm}$.

2) Donner une mesure des angles $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AI})$ et $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB})$

3) Quelle est la nature du triangle AJO . En déduire une mesure de $(\overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{AO})$.

4) En déduire une mesure de $(\overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{AB})$ et conclure.

Exercice 4) (2 points)

A quelles heures les aiguilles d'une horloge sont-elles alignées en sens opposés ?