

Devoir de mathématiques

N°15

Exercice 1) (4 points)

Un champ rectangulaire a pour longueur 50m et pour largeur 40m. On diminue sa longueur de x mètres et on augmente sa largeur de x mètres. On se demande comment évolue son aire.

- 1) Dans quel intervalle varie x ?
- 2) Calculer la nouvelle aire pour $x = 10$, $x = 12$, $x = 50$.
- 3) Montrer que l'aire s'exprime par $A(x) = 2000 + 10x - x^2$.
- 4) Montrer que l'on a $A(x) = -(x-5)^2 + 2025$. En déduire le tableau de variations de la fonction A . Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A(x) = 1001$.

Exercice 2) (12 points)

On définit sur \mathbb{R} la fonction f par $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

- 1) Mettre f sous forme canonique. En déduire les variations de f .
- 2) Tracer la courbe P de f dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1 cm.
- 3) A l'aide de la forme canonique, factoriser $f(x)$. En déduire la résolution dans \mathbb{R} de l'équation $f(x) = 0$.

On définit la fonction g par $g(x) = \frac{4x-12}{x-4}$, et on appelle H sa courbe représentative dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) (le même que dans la première partie)

- 4) Quel est l'ensemble de définition de g ?
- 5) Montrer que $g(x)$ peut s'écrire $g(x) = 1 + \frac{1}{x-4}$. En déduire les asymptotes de g et le tracé de H dans le même repère que P .
- 6) Montrer que l'on a, pour tout x différent de 4, $f(x) - g(x) = \frac{(x-3)(x^2-5x)}{x-4}$. En déduire la résolution de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
- 7) Soit y un réel différent de 1. Montrer que y a un unique antécédent x par g . Exprimer x en fonction de y .

Exercice 3) (4 points).

- 1) Placer sur un cercle trigonométrique les points images de $\frac{2\pi}{3}$, $-\frac{3\pi}{4}$, $\frac{37\pi}{6}$.
- 2) On appelle f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos(x) + \cos(2x) + \cos(3x)$. Calculer $f(0)$, $f(\pi)$, $f(\frac{\pi}{2})$, $f(\frac{\pi}{3})$, $f(\frac{\pi}{4})$ (on donnera les valeurs exactes).
- 3) Montrer que l'on a pour tout réel x $-3 \leq f(x) \leq 3$.
- 4) Que pouvez-vous dire de la courbe de f (ne la tracez pas, contentez vous de l'observation à la calculatrice)