Classe de Seconde 18 **Vendredi 25 mai 2001**

Devoir surveillé de mathématiques

N°19

Exercice 1 (3 points)
ABC est un triangle isocèle en *A*. La médiatrice de [*AC*] rencontre (*BC*) en D. *E* est le point de (*AD*), à l'extérieur de [*AD*], tel que *AE* = *BD*.
1) Montrer que le triangle *DAC* est isocèle.
2) En déduire que les angles $\widehat{EAC}$ et $\widehat{ABD}$ sont égaux.
3) Montrer que les triangles *ABD* et *CAE* sont isométriques.
4) Montrer que le triangle *CDE* est isocèle.

Exercice 2 (4 points)
ABC est un triangle rectangle en *A*. On appelle *H* le pied de la hauteur issue de *A*.
1) Montrer que les triangles *ABC* et *HBA* sont de même forme.
2) En déduire la relation $AB^2 = BH \times BC$. Montrer que $AC^2 = CH \times BC$.
3) Montrer que les triangles HBA et HAC sont de même forme. En déduire que $AH^2 = HB \times HC$.
4) Montrer que $AB \times AC = AH \times BC$. En déduire que $\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AH^2}$.

Exercice 3) (3 points)
Deux cordes [*AB*] et [*CD*] du cercle $\mathscr{C}$ de centre *O* de rayon *R* sont sécantes en *I* intérieur à $\mathscr{C}$.
1) Montrer que les triangles *IAC* et *IDB* sont de même forme.
2) En déduire que $IA \times IB = IC \times ID$.
3) Montrer que $IA \times IB = R^2 - IO^2$

Exercice 4) (3 points)
ABCD est un tétraèdre, *I* est un point de l'arête [*BC*], *J* un point de [*CD*]. *N* est un point de [*AJ*] et *M* un point de la demi-droite [*AI*) extérieur au segment [*AI*]
1) Quelle est l'intersection des plans (*AIJ*) et (*BCD*) ?
2) Déterminer l'intersection de (*MN*) et (*BCD*).
3) En déduire l'intersection des plans (*MNB*) et (*BCD*).

Exercice 5) (4 points)
SABCD est une pyramide de sommet *S*, de base un parallélogramme *ABCD*. Les points *M* et *N* sont les milieux respectifs des arêtes [*SC*] et [*SB*].
1) Que peut-on dire des droites (*MN*) et (*AD*) ?
2) Montrer que les droites (*AN*) et (*DM*) sont coplanaires. Soit *P* leur point d'intersection.
3) Quelle est l'intersection des plans (*SAB*) et (*SDC*) ?
4) Montrer que les droites (*SP*) et (*AB*) sont parallèles.

Exercice 6) (3 points)
ABCD est un tétraèdre, une droite $\mathscr{D}$ parallèle au plan (*BCD*) coupe (*ABC*) en *I*. On appelle $\mathscr{P}$ le plan (*A*, $\mathscr{D}$). *J* est le point d'intersection de (*AI*) et (*BC*).
1) Montrer que l'intersection de $\mathscr{P}$ et (*BCD*) est la parallèle à $\mathscr{D}$ passant par *J*.
2) En déduire l'intersection de $\mathscr{P}$ et (*ACD*).
3) Construire l'intersection de $\mathscr{D}$ et (*ACD*)