

Classe de seconde 18

Corrigé du devoir de mathématiques N2

Exercice 1 : Algèbre (5 points)

- 1) $A = (\sqrt{3} - 3\sqrt{5})^2 = 3 - 6\sqrt{15} + 45 = 48 - 6\sqrt{15}$; $B = (1 + 2x)^3 = 1 + 6x + 12x^2 + 8x^3$
- 2) Simplifier $C = \frac{(2a^2b^{-3})^3}{(ab)^5} = \frac{8a^6b^{-9}}{a^5b^5} = 8a^{-4}b^{-19}$, $D = \frac{(0,007 \times 10^{-4})^3}{140 \times 10^8} = \frac{(7 \times 10^{-7})^3}{14 \times 10^9} = \frac{7^3 \times 10^{-21}}{14 \times 10^9} = \frac{49}{2} \times 10^{-30}$
- 3) $E = 2x(x^2 - 4x + 4) + (x^2 - 2x) = 2x(x - 2)^2 + x(x - 2) = x(x - 2)(2(x - 2) + 1) = x(x - 2)(2x - 1)$

Exercice 2 : Nombres entiers (5 points)

- 1) On voit qu'un nombre est premier en le divisant par tous les nombres premiers jusqu'à sa racine carrée. Si aucun reste n'est nul, le nombre est premier. $289 = 17^2$ et $1001 = 7 \times 11 \times 13$ ne sont pas premiers.
- 2) Le nombre $\overline{135a6}$ est un multiple de 11 si et seulement si $(1+5+6) - (3+a)$ est un multiple de 11, c'est à dire si et ssi $9 - a$ est un multiple de 11. Il faut donc avoir $a = 9$.
- 3) $-4 \in \mathbb{N}$: faux, $3 \in \mathbb{Q}$: vrai, $\frac{3\sqrt{50}}{\sqrt{18}} \in \mathbb{Z}$: vrai (ça fait 5)
- 4) $3060 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 17$
- 5) On prend les facteurs communs, le pgcd de 3060 et de $2^4 \times 3 \times 5^2 \times 11$ est $2^2 \times 3 \times 5 = 60$, pour leur ppcm on prend tous les facteurs, on obtient $2^4 \times 3^2 \times 5 \times 11 \times 17 = 134640$

Exercice 3 : Valeurs exactes et approchées (5 points)

- $\sqrt{3+13} = 4$ est vrai car $13+3=16$, $\pi = 3,1415926535$ est faux (ignoble valeur approchée)
- 1) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ est vrai car $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1$
 - 2) $1 + \pi^2 \approx 10,870$ à 10^{-3} près
 - 3) « Le réel x a 7,403 pour valeur arrondie à 10^{-4} près » se traduit : $7,40295 \leq x < 7,40305$
 - 4) Peut-on dire que la valeur arrondie à 10^{-3} près d'un produit est égale au produit des valeurs arrondies à 10^{-3} près de chaque nombre? C'est faux puisque le produit des valeurs arrondies aura plus de 3 chiffres après la virgule.

Exercice 4 : Divers (5 points)

- 1) Soit s le nombre de scolaires et a le nombre d'adultes. On a le système :
$$\begin{cases} s + a = 60 \\ 15s + 35a = 1640 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15s + 35a - 15s - 15a = 1640 - 15 \times 60 \\ s + a = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20a = 740 \\ s + a = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 37 \\ a = 23 \end{cases}$$
Il y a 23 scolaires et 37 adultes
- 2) Soit n un nombre entier. Celui qui le suit est $n + 1$, $(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$, est bien un nombre impair puisque n est entier.
Pour la somme $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 197 + 199$, il faut remarquer que, d'après le résultat précédent, $1 = 1^2 - 0^2$, $3 = 2^2 - 1^2$, $5 = 3^2 - 2^2$, ..., $197 = 99^2 - 98^2$, $199 = 100^2 - 99^2$. Quand on ajoute tout, ça se simplifie, il ne reste que $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 197 + 199 = 100^2 - 0^2 = 10000$.
- 3) Essayons : $1 + 2 + 1 \times 2 = 5$ est premier. $2 + 3 + 2 \times 3 = 11$ est premier. $3 + 4 + 3 \times 4 = 19$ est premier. Alors, c'est toujours vrai ? Non car $6 + 7 + 6 \times 7 = 55$ n'est pas premier.