Devoir commun de seconde ***11 mai 2004***

Durée : 2 heures

Calculatrice autorisée

Exercice 1 (3 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$

1) $x-2<\dfrac{1}{x-2}$

2) $-\dfrac{2}{3}(x-1)+\dfrac{1}{6}(5x-2)\leq\dfrac{1}{12}(2x+7)$

Exercice 2 (4 points)

La fonction *f* est définie sur $\mathbb{R}$, sa courbe est la droite tracée sur la figure 1. La fonction *g* est définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=2x-3$.

1) Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x.
2) Représenter la fonction *g* sur la figure 1.
3) Déterminer par le calcul : les nombres $g(\sqrt{3})$ et $g\left(\dfrac{3}{2}\right)$, l'antécédent de 2 par *g*.
4) Etudier le signe de $f(x)$ et de $g(x)$ en fonction de x.
5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(2x-3)\left(-\dfrac{1}{2}x+1\right)>0$.

Exercice 3 (4 points)

On considère trois fonctions f, g et h représentées figure 2 sur l'intervalle [–50 ;50].

En utilisant les courbes, répondre aux questions 1 à 5 :

1) Déterminer les nombres suivants : le réel $f(20)$; l'image de -20 par h ; le (ou les) antécédent(s) de 40 par *f*.
2) Dresser sur l'intervalle [–20 ;20] le tableau de variation de la fonction *f*.
3) Résoudre graphiquement les équations ou inéquations suivantes :
   a) $f(x)\leq-10$ b) $h(x)=20$ c) $h(x)\geq-20$.
4) Résoudre graphiquement l'équation $g(x)=h(x)$.
5) On propose les expressions algébriques suivantes : $A=\dfrac{200}{x}$, $B=\dfrac{1}{10}x^2-2x-40$ et $C=2x+30$. Elles correspondent dans le désordre aux expressions de $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$. Associer les formules *A*, *B* et *C* aux fonctions *f*, *g* et *h* et définir ainsi $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$.
6) Calculer à l'aide des expressions de la question 5 : $f(2\sqrt{10})$, $f(1+\sqrt{5})$, $h\left(\dfrac{4}{3}\right)$.

Exercice 4 (5 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm, on considère les points $A(3\,;2)$, $B(-2\,;1)$ et $C(-1\,;5)$.

1) Faire une figure que l'on compètera au fur et à mesure.
2) Placer le point *M* défini par $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.
3) Déterminer par le calcul les coordonnées de *M* ainsi que du point *N* tel que $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CA}$.
4) Le triangle *ABC* est-il rectangle ? (On justifiera sa réponse).
5) On appelle *I* le milieu de [*CN*]. Démontrer que les droites (*AI*) et (*MN*) sont parallèles.

Exercice 5 (4 points)

SABC est un tétraèdre, la droite (*SA*) est orthogonale au plan (*ABC*), le triangle *ABC* est rectangle en *B*. Voir figure 3.

1) Démontrer que les droites (*BC*) et (*SA*) sont orthogonales.
2) Démontrer que le triangle *SBC* est rectangle en *B*.
3) *H* est un point de l'arête [*AB*]. On trace par *H* le plan $\mathscr{P}$ orthogonal à (*AB*). Ce plan coupe (*AC*) en *I*, (*SC*) en *J* et (*SB*) en *K*. Le but de la question est de tracer *I*, *J*, *K*.
   a) Démontrer que (*HI*) et (*BC*) sont parallèles.
   b) En utilisant le théorème du toit, en déduire que (*HI*) et (*KJ*) sont parallèles.
   c) On admet que, par un raisonnement analogue, (*HK*) et (*IJ*) sont parallèles. En déduire que *HIJK* est un rectangle.
   d) Compéter la figure 3.

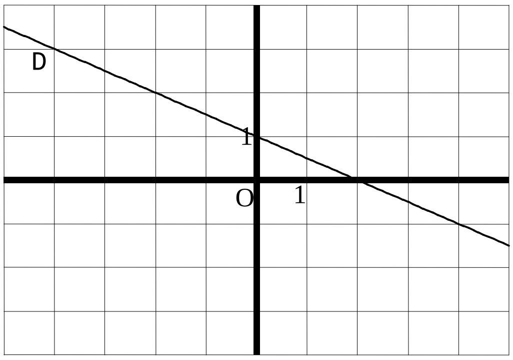

Figure 1

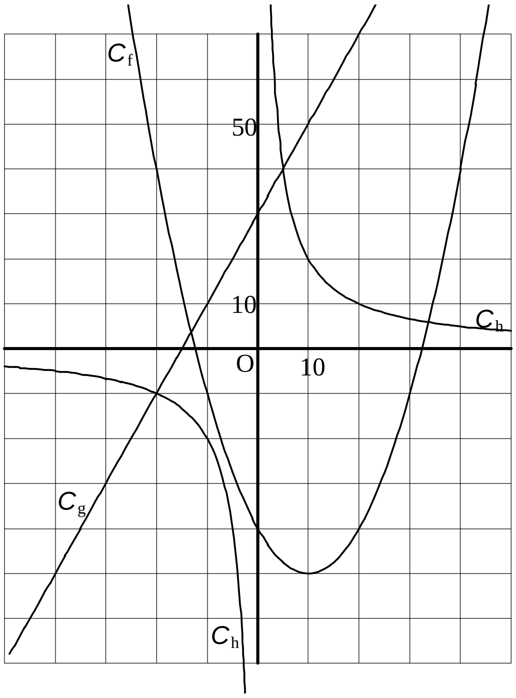

Figure 2

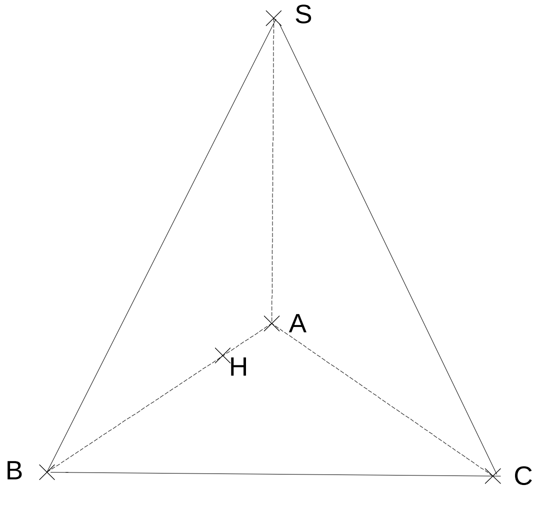

Figure 3

NOM