

Devoir de mathématiques

N°12

Exercice 1 : valeurs absolues (5 points)

- 1) On appelle f la fonction définie par $f(x) = |x-3| + (|x|-1)^2$.
- Calculer $f(0)$; $f(1)$; $f(-2)$; $f(\pi)$.
 - Montrer que $f(x)$ est toujours positif.
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes
- $|x+3| \geq -5$
 - $|x-2| = |2x+1|$
 - $|3x-5| + 6 = 0$
 - $|x-1| \leq 5$

Exercice 2 : fonctions affines (5 points)

Le tarif du stationnement en centre ville est donné à la minute en centimes d'euro par :

2 centimes par minute pendant la première heure

5 centimes par minute pour la deuxième et la troisième heure

1 centime par minute de la quatrième à la dixième heure

(Le stationnement est payant de 8 heures à 18 heures)

- Combien va-t-on payer pour 30 minutes de stationnement ? Pour une heure 30 ? Pour 5 heures ?
- Montrer que si x est le temps de stationnement en heures, le prix à payer vaut en euros:

$$\begin{cases} 1,2x & \text{si } x \leq 1 \\ 2,4x - 1,2 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ 0,6x + 4,2 & \text{si } 3 < x \leq 10 \end{cases}$$
- Représenter le prix à payer en fonction du temps (unité : 1cm pour une heure en abscisse, 1cm pour un euro en ordonnée).
- Combien de temps de stationnement a-t-on pour 5€?

Exercice 3 : fonctions diverses (10 points)

Dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1 cm, on note \mathcal{C} , \mathcal{C}' , d , d' les courbes représentatives des quatre fonctions $f : x \rightarrow x^2$; $g : x \rightarrow \frac{3}{x}$; $h : x \rightarrow 3 - 2x$; $k : x \rightarrow x + 2$.

- Construisez les quatre courbes.
- A et B sont les points de la courbe \mathcal{C} d'abscisses respectives 1 et -3 , C et D les points de \mathcal{C}' d'abscisses respectives 1 et -3 . Donner les coordonnées de ces quatre points. Vérifier que la droite (AB) est la courbe représentative de h , et que la droite (CD) celle de k .
- Résolvez graphiquement les deux équations suivantes : $x^2 = 3 - 2x$ et $x + 2 = \frac{3}{x}$.
 - Pourquoi l'équation $x^2 + 2x - 3 = 0$ a-t-elle les mêmes solutions que les deux équations précédentes ?
- On se propose de résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $x^2 + 2x - 3 \leq 0$.
Pourquoi les solutions de cette inéquation sont-elles les abscisses des points de \mathcal{C} situés au dessous de d ? Résolvez graphiquement l'inéquation.
- Développez $(x+3)(x-1)$. Déduisez-en la résolution par le calcul des inéquations :
 $x^2 \leq 3 - 2x$ et $x + 2 \leq \frac{3}{x}$.

