

Devoir de mathématiques

N°11

Exercice 1) 9 points.

ABC est un triangle rectangle avec $AB = 4$ et $AC = 2$. On se place dans le plan muni d'un repère orthonormal (A, \vec{i}, \vec{j}) avec \vec{i} colinéaire à \overrightarrow{AB} et \vec{j} colinéaire à \overrightarrow{AC} .

- 1) Faire une figure que l'on complétera par la suite.
- 2) Donner les coordonnées des points A, B, C puis celles du vecteur \overrightarrow{BC}
- 3) Donner une équation de la droite (BC) .
- 4) Déterminer une équation de la perpendiculaire à (BC) passant par A .
- 5) En déduire les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur (BC) .
- 6) Vérifier que $AH^2 = HB \times HC$.
- 7) M est un point quelconque de (AH) , et on appelle a son abscisse. Déterminer en fonction de a l'ordonnée de M , puis donner en fonction de a les coordonnées des points N et P , projetés de M sur (AB) et (AC) .
- 8) On appelle I le milieu de $[BC]$. Déterminer les coordonnées de I et montrer que la droite (AI) est une hauteur du triangle ANP .

Exercice 2) (7 points)

On appelle f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 4x + 3$

- 1) f est-elle paire ou impaire ?
- 2) Préciser si les phrases suivantes sont vraies ou fausses (on justifiera avec soin) :
 - a) 3 est un antécédent de 0
 - b) L'image de 2 est -1
 - c) Si $x \geq 0$, alors $f(x) \geq 0$
- 3) Mettre f sous forme canonique, en déduire le tracé de sa courbe \mathcal{P} dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 2cm.
- 4) Utiliser la forme canonique de f pour résoudre algébriquement l'équation $x^2 - 4x + 3 = 0$
- 5) On appelle g la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $g(x) = \frac{1-x}{x}$.
 - a) g est-elle paire ou impaire ?
 - b) Montrer que $g(x) = \frac{1}{x} - 1$. En déduire le tracé de la courbe \mathcal{H} de g .
 - c) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
- 6) Résoudre graphiquement l'inéquation $x^2 - 4x + 3 \leq \frac{1-x}{x}$.

Exercice 3) (4 points)

On appelle f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$\begin{cases} f(x) = -2x - 6 & \text{si } x \leq -2 \\ f(x) = x & \text{si } -2 < x < 3 \\ f(x) = 2x - 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

- 1) Calculer $f(0), f(-3), f(3)$. f est-elle paire ou impaire ?
- 2) Donner le tableau de variations de f . f a-t-elle un minimum, un maximum ?
- 3) Tracer la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- 4) Déterminer par le calcul le ou les antécédents de 2000.