

Devoir de mathématiques

N°8

Exercice 1) (8 points)

On appelle f la fonction définie par $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

- 1) Donner l'ensemble de définition de f .
- 2) A l'aide de la calculatrice, remplir le tableau suivant (le reproduire sur la copie)

x	-5	-2	-2	-1	-0,5	-0,25	0,25	0,5	1	2	4	5
$f(x)$												

- 3) Montrer que pour tout x , $f(x) - 2 = \frac{(x-1)^2}{x}$. En déduire le minimum de f sur $]0 ; +\infty[$.
- 4) Donner à l'aide de la calculatrice le tableau de variation de f .
- 5) Tracer la courbe de f sur le papier millimétré (échelle : 2 cm)
- 6) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 4$ et l'inéquation $f(x) < 4$

Exercice 2) (10 points)

On appelle f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 4x - 5$

- 1) Calculer $f(0)$ et $f(-3)$
- 2) Est-il vrai que 1 et -5 sont des antécédents de 0?
- 3) Montrer que pour tous réels x et y , on a $f(y) - f(x) = (y - x)(x + y + 4)$
- 4) En déduire que f croissante sur $[2, +\infty[$. Donner le tableau de variation de f .
- 5) Préciser le minimum de f . Quels sont les réels qui ont au moins un antécédent par f ?
- 6) Montrer que $f(x)$ peut s'écrire $f(x) = (x + 2)^2 - 9$. Retrouver ainsi les résultats de la question précédente.

Exercice 3) (2 points)

Dire si les phrases suivantes sont vraies ou fausses (on justifiera sa réponse)

- 1) Une fonction a toujours un maximum.
- 2) Deux réels peuvent avoir le même antécédent.
- 3) Deux réels peuvent avoir la même image.
- 4) Si une fonction est croissante, chaque réel a au maximum un antécédent.