

Devoir de mathématiques

N°10

**Exercice 1) (7 points)**

$ABC$  est un triangle, une droite  $\mathcal{D}$  coupe  $(BC)$  en  $A'$ ,  $(AC)$  en  $B'$ ,  $(AB)$  en  $C'$ . La parallèle à  $\mathcal{D}$  passant par  $C$  coupe  $(AB)$  en  $D$ .

- 1) Montrer que  $\frac{A'B}{A'C} = \frac{C'B}{C'D}$  et que  $\frac{B'C}{B'A} = \frac{C'D}{C'A}$ .
- 2) En déduire que  $\frac{A'B}{A'C} \times \frac{B'C}{B'A} \times \frac{C'A}{C'B} = 1$ .
- 3)  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$  avec  $AB = 5$  et  $AC = 12$ . Le point  $C'$  est sur  $[AB]$  avec  $AC' = 8$ , le point  $B'$  est sur  $[AC]$  avec  $AB' = 4$ .  $(B'C')$  et  $(BC)$  se coupent en  $A'$ .
  - a) Calculer  $BC$ .
  - b) Montrer que  $\frac{A'B}{A'C} = \frac{1}{2}$ .
  - c) En déduire la valeur de  $A'B$ .

**Exercice 2) (8 points)**

$OBH$  est un triangle rectangle en  $O$ ,  $A$  est un point de  $[BO]$  avec  $AB = 5$ . On appelle  $h$  la longueur  $OH$  et  $x$  la longueur  $OA$ . On appelle  $a$  l'angle  $\widehat{OAH}$ ,  $b$  l'angle  $\widehat{OBH}$ .

- 1) Faire une figure.
- 2) Exprimer  $\tan a$  et  $\tan b$  en fonction de  $x$  et  $h$ .
- 3) Montrer que le système  $\begin{cases} h = x \tan a \\ h = (x+5) \tan b \end{cases}$  a pour solution 
$$\begin{aligned} x &= \frac{5 \tan b}{\tan a - \tan b} \\ h &= \frac{5 \tan a \tan b}{\tan a - \tan b} \end{aligned}$$
- 4) Un falaise est située de l'autre côté d'une rivière. Du bord de l'eau, on la voit sous un angle de 70 degrés, et 5 mètres en arrière sous un angle de 60 degrés. Quelle est la largeur de la rivière, quelle est la hauteur de la falaise ?

**Exercice 3) (5 points)**

$ABC$  est un triangle rectangle en  $A$  avec  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ . La hauteur  $(AH)$  recoupe le cercle circonscrit à  $ABC$  en  $D$ .

- 1) Faire une figure avec  $BC = 8\text{cm}$ .
- 2) Donner les valeurs exactes de  $AB$  et  $AC$ .
- 3) Montrer que le triangle  $ACD$  est isocèle.