

Devoir de mathématiques

N°15

Exercice 1 (5 points)Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes suivants

$$\text{a) } \begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 4 \\ 3x + 2\sqrt{3}y = 2\sqrt{3} \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 3x + 5y = 19 \\ 4x - 7y = -2 \end{cases}$$

Déduire du b) la résolution dans \mathbb{R}^2 de c) $\begin{cases} 3\sqrt{x} + 5\sqrt{y} = 19 \\ 4\sqrt{x} - 7\sqrt{y} = -2 \end{cases}$

Résoudre dans \mathbb{R}^3 d) $\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 2x - y - 3z = 4 \\ x - y + 2z = -3 \end{cases}$

Exercice 2) (4 points)

Résoudre graphiquement dans \mathbb{R}^2 le système suivant (on précisera les coordonnées des sommets)

$$\begin{cases} y + 2 \geq 0 \\ y \leq 4 - x \\ 5x - 3y + 4 \geq 0 \end{cases}$$

Exercice 3) (4 points)

Les températures en degrés Fahrenheit et en degrés centigrades (ou Celsius) sont liées par une relation de la forme $T_F = aT_C + b$ où a et b sont deux réels.

- Déterminer a et b sachant que 0°C valent 32°F et 100°C valent 212°F
- Donner la relation permettant de passer des $^\circ\text{F}$ aux $^\circ\text{C}$.
- Mon ami anglais a une température de 104. Est-il gravement malade?
- Les climatiseurs sont moins chers en Angleterre. J'en ai acheté un mais son programmeur n'est gradué qu'en $^\circ\text{F}$. A combien dois-je le régler pour avoir une température de 20°C ?

Exercice 4) (6 points)

Montrer que les situations suivantes peuvent se ramener à un système d'équations que l'on précisera.

- Une salle de cinéma contient 150 places. Une entrée à plein tarif coûte 45F, et une entrée à tarif réduit 30F. La salle est pleine, et la recette est de 6000F. Combien y a-t-il de spectateurs de chaque catégorie?
- Un terrain rectangulaire a un périmètre de 220m. Quand on augmente sa largeur de 5m et qu'on diminue sa longueur de 5m, son aire augmente de 125m^2 . Combien valent ses côtés?
- (un vieux problème chinois)

Après un cambriolage, un chef de bande dit à ses complices: "Si chacun de nous prend 6 pièces d'or, il en restera 5, mais si chacun de nous en veut 7, il en manquera 4." Combien y avait-il de malfrats, et combien avaient-ils volé?