

Devoir de mathématiques

N°16

Exercice 1) (10 points)

ABC est un triangle inscrit dans un cercle \mathcal{C} de centre O . H est le pied de la hauteur issue de A et $[AA']$ est un diamètre de \mathcal{C} .

- 1) Démontrer que les triangles ABA' et AHC sont de même forme.
- 2) En déduire que $AB \times AC = AH \times AA'$
- 3) Énoncer le théorème qui vient d'être démontré.
- 4) Faire une figure avec \mathcal{C} de rayon 7cm, $AB = 8$ cm, $BC = 10$ cm.
- 5) Dans ce cas, calculer la longueur de la hauteur BK .

Exercice 2 (10 points)

A l'extérieur d'un triangle ABC on construit les carrés $ABDE$ et $ACFG$. M est le milieu de $[BC]$, et A' le symétrique de A par rapport à M .

- 1) Faire une figure.
- 2) À l'aide d'une rotation de centre A , montrer que les triangles AEC et ABG sont superposables. Que peut-on dire des segments $[EC]$ et $[BG]$?
- 3) Montrer que les angles \widehat{EAG} et $\widehat{ABA'}$ ont leurs côtés perpendiculaires. Que peut-on en déduire ?
- 4) Montrer que les triangles EAG et ABA' sont superposables.
- 5) En déduire que
 - a) $EG = 2AM$
 - b) La hauteur (AH) de ABC coupe $[EG]$ en son milieu.