Classe de seconde 18
Corrigé du devoir n° 14

Exercice 1

Le cercle était facile (1 point)
Valeurs des mesures : (2 points)

$\cos\frac{\pi}{2}$	$\sin\frac{2\pi}{3}$	$\cos\frac{3\pi}{4}$	$\cos 15\pi$	$\sin\frac{-3\pi}{4}$	$\sin\frac{3\pi}{2}$	$\sin\frac{7\pi}{6}$	$\cos\frac{5\pi}{3}$
0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Exercice 2

a) Réduire de 20%, c'est multiplier par 1 – 0,2 c'est à dire par 0,8. De même, réduire de 15%, c'est multiplier par 0,85. En effectuant successivement ces deux multiplications, on multiplie par le produit 0,8x0,85 = 0,68, c'est à dire qu'on fait une réduction de 32%. (1,5)
Sans la carte, le prix réduit s'obtient en multipliant le prix initial par 0,8 donc la prix initial est obtenu par la formule $\text{prix initial} = \frac{\text{prix réduit}}{0,8}$. (0,75 point)
Avec la carte, on a de même $\text{prix initial} = \frac{\text{prix réduit}}{0,68}$. (0,75 point)

b) On prend le prix *x*, on lui ajoute 30%, c'est à dire qu'on multiplie *x* par 1,3. On ajoute 10, puis on ajoute la TVA de 19,6, c'est à dire qu'on multiplie le tout par 1,196. On obtient la formule : $f(x) = (1{,}3x + 10) \times 1{,}196$. (1,5 point)

c) *f* est décroissante sur]-∞, -2] car le coefficient directeur est –2 sur cet intervalle. De même *f* est croissante sur]-2 ; 4[et décroissante sur [4 ; +∞[. *f*(-2) = -1 et *f*(4) = 5. (0,5 point)

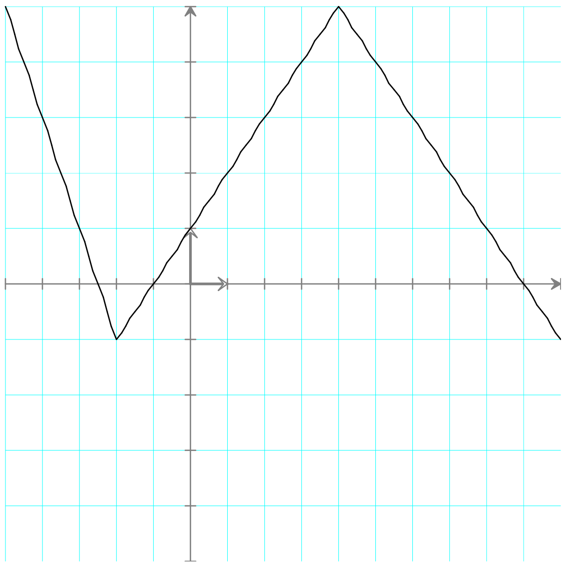
Exercice 3

1) a) *f*(1) = -8. (0,5 point)
b) Pour trouver les antécédents de –5, on cherche à résoudre *f*(*x*) = -5 :
$$x^2 - 4x - 5 = -5 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x-4) = 0.$$
(1 point)
Les antécédents de –5 sont 0 et –4.
c) $f(x) = x^2 - 4x - 5 = (x-2)^2 - 4 - 5 = (x-2)^2 - 9$ (on reconnaît un début de carré) (0,75 point)
d) On développe :
$$(x+1)(x-5) = x^2 - 5x + x - 5 = x^2 - 4x - 5 = f(x)$$
(0,75 point)
e) L'équation *f*(*x*) = 0 est équivalente à (*x* + 1)(*x* – 5) = 0, ses solutions sont donc –1 et 5. (0,5)

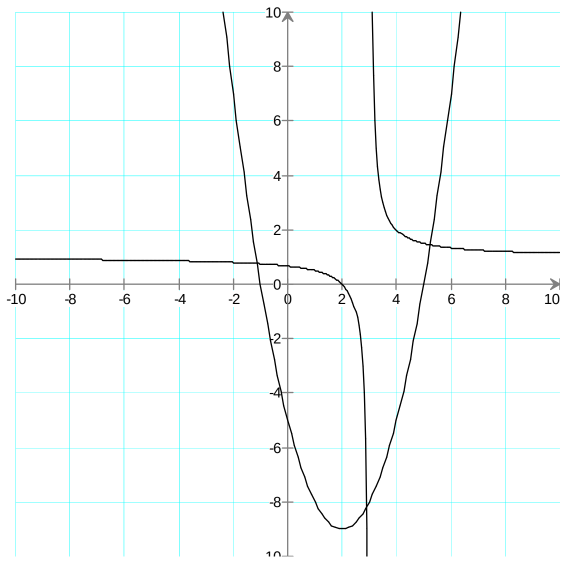
2) a) Le dénominateur ne doit pas être nul, donc *g* est définie sur ℝ - {3}. (0,5 point)
b) $g(0) = \frac{0-2}{0-3} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$.
Un antécédent de 0 vérifie *g*(*x*) = 0 donc *x* – 2 = 0. C'est 2. (1 point)
c) Pour *g*(*x*) ⩽ 0, on fait un tableau de signes. On trouve S = [2 ; 3[(1,25 point)
d) On calcule :
$$1 + \frac{1}{x-3} = \frac{x-3}{x-3} + \frac{1}{x-3} = \frac{x-2}{x-3} = g(x)$$
(0,5 point).

3) a) *h* a le même sens de variation que la fonction carré, sauf que le minimum est atteint en 2 (car on a $(x-2)^2$ et qu'il vaut –9 . (0,75 point)
b) La courbe de *g* s'obtient par translation de celle de la fonction inverse de vecteur $(3;1)$, car $g(x) = \frac{1}{x-3} + 1$. c'est une hyperbole. De même, celle de *f* est une parabole de sommet $(2;-9)$. (0,5 point, et 2 pour les courbes)

d) Les solutions de l'équation $(x-2)^2 - 9 = \frac{x-2}{x-3}$ sont les abscisses des points d'intersection des deux courbes précédentes.
On trouve S = {-1,15 ; 2,85 ; 5,2} environ (1 point).



Exercice 2



Exercice 3