

## Devoir de mathématiques

N°12

**Première partie : trigonométrie (7 points)**

- 1) a) Convertir en radians  $150^\circ$  ;  $45^\circ$  ;  $60^\circ$   
 b) Convertir en degrés  $\frac{2\pi}{3}rd$  ;  $\frac{\pi}{6}rd$  ;  $1rd$  .  
 c) Donner les valeurs exactes de  $\sin 30^\circ$ ,  $\cos \frac{\pi}{4}$ ,  $\sin 90^\circ$
- 2)  $ABC$  est un triangle équilatéral de côté 6cm, et  $O$  en est le centre du cercle circonscrit.
  - a) Faire une figure que l'on complétera par la suite.
  - b) Combien valent les angles  $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{BOC}$  ?
  - c) Combien vaut la hauteur du triangle ? Combien vaut le rayon du cercle circonscrit ?
  - d) On trace l'arc de cercle de centre  $O$ , de  $A$  à  $B$ , l'arc de cercle de centre  $A$ , de  $B$  à  $C$ , l'arc de cercle de centre  $B$ , de  $C$  à  $A$ . Quel est le périmètre total de ces arcs ?
  - e) Combien vaut l'aire délimitée par ces trois arcs ?

**Deuxième partie : géométrie (6 points)**

- 1)  $ABO$  est un triangle rectangle isocèle en  $O$ . On appelle  $\mathcal{C}$  le cercle de centre  $O$  passant par  $A$  et  $B$ .  $I$  est le milieu de  $[AB]$ , et on appelle  $\Gamma$  le demi cercle de centre  $I$ , de diamètre  $[AB]$  contenant  $O$ .  $M$  est un point de  $\mathcal{C}$  différent de  $A$  et  $B$ , et la droite  $(AM)$  coupe  $\Gamma$  en  $N$ .
  - a) Faire une figure.
  - b) Montrer que l'angle  $\widehat{BMA}$  vaut  $\frac{\pi}{4}rd$ . Que vaut l'angle  $\widehat{BNA}$  ?
  - c) En déduire la nature du triangle  $BMN$ .
- 2)  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$ ,  $H$  est le pied de la hauteur issue de  $A$ ,  $I$  est le milieu de  $[HB]$  et  $J$  celui de  $[AH]$ .
  - a) Faire une figure
  - b) Montrer que  $(IJ)$  est parallèle à  $(AB)$
  - c) Quelle est la position de  $J$  dans le triangle  $AIC$  ?
  - d) Que peut-on en déduire pour les droites  $(CJ)$  et  $(AI)$

**Troisième partie : fonctions affines (7 points).**

- 1) Résoudre, après une factorisation : a)  $\frac{4x-3x^2}{2x-1} \leq 0$     b)  $(2x+1)^2 - 3x(2x+1) > 0$ .

- 2) On appelle  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par
 
$$\begin{cases} f(x) = 2x + 7 & \text{si } x \leq -3 \\ f(x) = -\frac{2}{3}x - 1 & \text{si } -3 < x < 6. \\ f(x) = x - 11 & \text{si } x \geq 6 \end{cases}$$

- a) Calculer  $f(-3)$  ;  $f(0)$  ;  $f(\pi)$ .
- b) Donner le tableau de variation de  $f$ .
- c) Représenter la courbe  $\mathcal{C}$  de  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité 2cm.
- d) Résoudre algébriquement l'équation  $f(x) = -1$ .
- e) Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \geq 0$