

Devoir de mathématiques

N°13

Exercice 1 : à traiter sans calculatrice avant de continuer le contrôle

- 1) Soit f la fonction définie par $f(x) = \cos x + \cos(2x) + \cos(3x)$.
 - a) Calculer $f(0), f(\frac{\pi}{3}), f(-\frac{\pi}{2}), f(-\frac{3\pi}{4})$
 - b) Montrer que f est paire et périodique de période 2π .
- 2) Déterminer la mesure principale des angles suivants : $\frac{17\pi}{3}, -247\pi, \frac{271\pi}{6}$
- 3) Simplifier l'expression de la fonction f définie par :

$$f(x) = 3\cos(\pi - x) + 2\cos(-x) - 2\sin(x + \frac{\pi}{2})$$
- 4) Déterminer la valeur de $\cos x$ sachant que $\sin x = 0.8$ et que $-\pi < x < 0$

Exercice 2

ABC est un triangle, I est le symétrique de A par rapport à B , J est le milieu de $[BC]$ et K est le point défini par $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KC} = \vec{0}$

- 1) Exprimer $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{AK}$ en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
- 2) Exprimer \overrightarrow{IJ} et \overrightarrow{IK} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} . En déduire que les points I, J, K sont alignés.
- 3) G est le centre de gravité de ABC . Montrer que (KG) est parallèle à (BC) .
- 4) H est le point d'intersection de (KG) et (AB) . Exprimer \overrightarrow{AH} en fonction de \overrightarrow{AB} .

Exercice 3

AOH est un triangle rectangle en O , B est un point de $[AO]$. On appelle a l'angle $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AH})$ et b l'angle $(\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{BH})$. Le but de l'exercice est d'exprimer OH en fonction de AB et des angles a et b .

- 1) Exprimer OH à l'aide de OA et de a , puis à l'aide de OB et de b .
- 2) En déduire que l'on a le système suivant :
$$\begin{cases} OA \tan a = OB \tan b \\ OA - OB = AB \end{cases}$$
- 3) Montrer que $OA = \frac{\tan b}{\tan b - \tan a} AB$.
- 4) En déduire la valeur de OH
- 5) Une falaise se trouve de l'autre côté d'une rivière. On cherche à mesurer sa hauteur sans franchir l'eau. Du bord, on la voit suivant un angle de 50° , et 20 mètres plus loin suivant un angle de 40° . Quelle est la hauteur de la falaise ?

Barème possible : 1) 8 points, 2) 7 points, 3) 5 points.