Classe de Seconde 18

Corrigé du Devoir surveillé n°4

Exercice 1)

a) $[2;4]\cap]-\infty;3[=[2;3[$ et $[3;7[\cup[2;+\infty[=[2;+\infty[$

b) $-3\le 2x+7\le 5 \Leftrightarrow -10\le 2x\le -2 \Leftrightarrow -5\le x\le -1$. $S=[-5;-1]$. Le centre de l'intervalle est –3, son rayon est 2. Il s'exprime donc par l'inégalité $|x+3|\le 2$.

Exercice 2)

a) $A=(x+2)-3(x^2-4)=(x+2)-3(x-2)(x+2)=(x+2)(1-3(x-2)=(x+2)(7-3x)$

$B=(x-3)^3+3(x-3)(x^2-3)=(x-3)\left[(x-3)^2+3(x^2-3)\right]$

$=(x-3)(x^2-6x+9+3x^2-9)=2x(x-3)(2x-3)$

b) La somme des valeurs absolues est toujours égale à la valeur absolue de la somme : FAUX. En effet, $|4|+|-3|=7$ mais $|4+(-3)|=1$.

Si $x>3$ alors $|x|\ge 2$: VRAI. En effet, si $x>3$ alors x est positif, par conséquent $|x|=x$, donc $|x|>3$ et à plus forte raison $|x|\ge 2$.

Exercice 3)

a) $|x+1|=4 \Leftrightarrow x+1=4$ ou $x+1=-4 \Leftrightarrow x=3$ ou $x=-5$. $S=\{-5;3\}$.

b) $|3x-2|+2=0 \Leftrightarrow |3x-2|=-2$ est impossible. $S=\varnothing$.

c) $|2x+1|=|3x-2| \Leftrightarrow 2x+1=3x-2$ ou $2x+1=-3x+2 \Leftrightarrow -x=-3$ ou $5x=1$. $S=\left\{3;\frac{1}{5}\right\}$.

d) $|x+3|\le 4$: la distance de x à –3 doit être inférieure à 4. $S=[-7;1]$.

e) $|2-x|>3$: de même $S=]-\infty;-1[\cup]5;+\infty[$.

f) $|x+2|\ge -5$: une valeur absolue est toujours positive, donc toujours supérieure à –5. Cette inéquation est toujours vraie et $S=\mathbb{R}$.

g) $|x|=-x$ caractérise les nombres négatifs. $S=]-\infty;0]$.

h) $|x+1|+|x-3|=3$ est impossible car de –1 à 3 la distance est 4. $S=\varnothing$.