

## Devoir de mathématiques

## N°5

**Exercice 1) (8 points)**

$ABCD$  est un parallélogramme de centre  $O$ . On appelle  $E$  le milieu de  $[AB]$  et  $F$  celui de  $[CD]$ .

- 1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure de l'exercice.
- 2) Montrer que  $(DE)$  est parallèle à  $(BF)$
- 3) La droite  $(DE)$  coupe  $(AC)$  en  $L$ . Quelle est la position de  $L$  dans le triangle  $ABD$  ? En déduire l'expression de  $\overrightarrow{OL}$  en fonction de  $\overrightarrow{OA}$ .
- 4) La droite  $(BF)$  coupe  $(AC)$  en  $M$ . Que peut-on dire de  $M$  ?
- 5) Montrer que  $L$  et  $M$  partagent  $[AC]$  en trois parties égales.
- 6) Montrer que  $O$  est le milieu de  $[LM]$ .
- 7) Que peut-on dire du quadrilatère  $EMFL$  ?

**Exercice 2) (12 points)**

$ABC$  est un triangle,  $I$  est le symétrique de  $A$  par rapport à  $B$ ,  $J$  est le milieu de  $[BC]$ .

- 1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure de l'exercice.
- 2) a) Exprimer  $\overrightarrow{AI}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$ .  
b) Montrer que  $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$
- 3)  $K$  est le point défini par  $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KC} = \vec{0}$ . Montrer que  $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ . Construire  $K$ .
- 4) Exprimer  $\overrightarrow{IJ}$  et  $\overrightarrow{IK}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ . Que peut-on en déduire pour  $I$ ,  $J$  et  $K$  ?
- 5)  $G$  est le centre de gravité de  $ABC$ . Montrer que  $(KG)$  est parallèle à  $(BC)$ .
- 6)  $(KG)$  coupe  $(AB)$  en  $H$ . Exprimer  $\overrightarrow{AH}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$ .
- 7) Quelle est la position de  $G$  sur le segment  $[KH]$  ?
- 8) Montrer que  $\overrightarrow{IH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{IB}$ .
- 9) On appelle  $L$  le point d'intersection de  $(IG)$  et  $(BC)$ . Montrer que  $L$  est le milieu de  $[BJ]$ .