

Devoir de Mathématique

N°13 "Contrôle Bilan"

Exercice 1) (4 points)

ABC est un triangle quelconque et J est le milieu de $[AC]$.

- 1) Placer les points K, L, M définis par $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{CB}$.
- 2) L est-il le milieu de $[KB]$? Justifier
- 3) Montrer que les droites (JK) et (CL) sont parallèles.
- 4) Les points J, L, M sont-ils alignés? Justifier.

Exercice 2) (4 points)

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes:

$$\begin{array}{lll}
 2x - \sqrt{5} = \sqrt{5}x - 1 & 4x^3 \leq x & \frac{2x-3}{5x+1} < 1 \\
 |x-4| \geq 3 & |2x+3| = |5x-1| & (2x+7)^2 = 9(x+2)^2
 \end{array}$$

Exercice 3) (4 points)

Les questions sont indépendantes

- 1) Résoudre sur le cercle trigonométrique puis sur $[0; 2\pi[$ l'inéquation $\cos x \geq \frac{1}{2}$
- 2) f est la fonction définie par $f(x) = \cos x + \cos(2x) - \cos(3x)$: Calculer $f(0)$, $f(\frac{\pi}{2})$, $f(-\frac{\pi}{3})$
- 3) g est la fonction définie par $g(x) = 2\cos(x + \pi) - 3\cos(-x) + \sin(\frac{\pi}{3})$. Simplifier g .

Exercice 4) (4 points)

On considère le trapèze $ABCD$ rectangle en A et B et tel que $AB = 6\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$, $AD = 2\text{cm}$. M est un point du segment $[AB]$ et on pose $AM = x$.

- 1) Calculer la longueur DC .
- 2) Vérifier l'égalité $x^2 - 6x + 8 = (x-3)^2 - 1$
- 3) Déterminer les réels x pour lesquels le triangle DCM est rectangle en M .

Exercice 5) (4 points)

On appelle f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = |x-1| - |2x+4|$.

- 1) Montrer que l'expression de $f(x)$ est $\begin{cases} f(x) = x+5 & \text{si } x \leq -2 \\ f(x) = -3x-3 & \text{si } -2 < x < 1 \\ f(x) = -x-5 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
- 2) En déduire le tableau de variation de f . Préciser la valeur de son maximum.
- 3) Tracer la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité 1cm.
- 4) Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 0$.
- 5) Résoudre graphiquement l'inéquation $-7 < f(x) < 0$.