

Devoir de mathématiques

N°6

Contrôle bilan de Noël

Exercice 1) (3 points)

Ecrire un système d'équations représentant les deux problèmes suivants.

On ne cherchera pas à les résoudre, mais on donnera toutes les explications nécessaires.

a) Dans un cinéma, la place à plein tarif coûte 45 F et la place à tarif réduit 30 F. Il y a en tout 120 spectateurs, et la recette a été de 4800 F. Combien y a-t-il de spectateurs de chaque catégorie ?

b) Un TGV part de Paris vers Marseille, et roule à 260 km/h. Un rapide part une heure et demie plus tard de Marseille vers Paris, et roule à 150 km/h. La distance Paris-Marseille est de 800 km. A quelle distance de Paris vont-ils se croiser ?

Exercice 2) (4 points)

Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes suivants :

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 120 \\ 45x + 30y = 4800 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y = 800 \\ \frac{x}{260} = \frac{y}{150} + 1,5 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 4x^2 + 3y^2 = 11 \\ 5x^2 - 2y^2 = 8 \end{cases}$$

Exercice 3) (4 points)

Résoudre graphiquement dans \mathbb{R}^2 (unité graphique : 2 cm)
$$\begin{cases} x - 3y - 14 \leq 0 \\ 2x + y \geq 0 \\ x - y \geq -2 \\ x \leq 3 \\ y \leq 2 \end{cases}$$

Exercice 4) (3 points)

Résoudre dans \mathbb{R}^3
$$\begin{cases} 2x + y + z = 6 \\ x - y - 2z = 1 \\ 3x - 2y - z = 1 \end{cases}$$

Exercice 5) (6 points)

ABC est un triangle. On appelle I le milieu de $[BC]$, J est le point défini par $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et K

est le point défini par $\overrightarrow{KA} = 2\overrightarrow{KC}$.

1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure de l'exercice.

2) Montrer que $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AC}$ et que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

3) Montrer que $\overrightarrow{KI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ et que $\overrightarrow{KJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

4) Que peut-on en déduire pour les points I , J et K ?

5) La parallèle à (BC) passant par le milieu de $[AJ]$ recoupe (AC) en L et (IK) en M .

a) Exprimer \overrightarrow{AL} en fonction de \overrightarrow{AC} .

b) En déduire que $\overrightarrow{KL} = \frac{5}{3}\overrightarrow{KC}$ puis exprimer \overrightarrow{KM} en fonction de \overrightarrow{KI} .

Bonnes fêtes de fin d'année...