

Relations entre coefficients et racines

1) Soit P un polynôme du second degré , $P(X) = aX^2 + bX + C$ ayant pour racines x_1 et x_2 , montrer que $b = -a(x_1 + x_2)$ et $c = ax_1x_2$.

On veut par la suite obtenir des formules analogues pour les degrés supérieurs.

2) Soit $P(X) = a_3X^3 + a_2X^2 + a_1X + a_0$ un polynôme ayant pour racines x_1, x_2 et x_3 .

En développant $(X - x_1)(X - x_2)(X - x_3)$, montrer que
$$\begin{cases} a_2 = -a_3(x_1 + x_2 + x_3) \\ a_1 = a_3(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) \\ a_0 = -a_3x_1x_2x_3 \end{cases}$$

3) Obtenir des identités analogues pour le quatrième degré.

4) En déduire une condition pour qu'un polynôme du troisième degré ait deux racines inverses l'une de l'autre.

5) En déduire une condition pour qu'un polynôme du quatrième degré ait deux racines opposées.