

Devoir de spécialité mathématiques n°2

Exercice 1 : 12 points

Soit M la matrice carrée :

0	1	0	1	0
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
1	1	1	0	1
0	1	1	1	0

1. Construire un graphe correspondant à M (on appellera ses sommets A, B, C, D, E dans l'ordre). Ce graphe est-il connexe ? Est-il simple ? Est-il complet ? Quel est son ordre ? Quel est son diamètre ?
2. Existe-t-il une chaîne eulérienne, existe-t-il un cycle eulérien ? Le (ou la) construire le cas échéant.
3. Calculer M^2 . Combien y a-t-il de chaînes de longueur 2 entre B et C ? Entre D et B ?
4. Combien y a-t-il de chaînes de longueur 3 entre C et E ?

Exercice 2 : 8 points

On veut démontrer que dans un graphe simple connexe non orienté, il y a forcément deux sommets de même degré. Appelons n l'ordre du graphe.

1. Quel est l'ordre maximal de chaque sommet ? L'ordre minimal ?
2. En déduire qu'il y a au maximum $n - 1$ ordres différents.
3. En déduire qu'il y a au moins deux sommets de même ordre.
4. Dans une assemblée, démontrer qu'il y a obligatoirement au moins deux personnes qui connaissent le même nombre de personnes (on suppose que l'on ne se connaît pas soi-même, et que si A connaît B , alors B connaît A).