

Devoir de mathématiques n°8

Exercice 1 (Bac ES, France, septembre 2002, 8 points)

Une entreprise recherche trois personnes expérimentées pour occuper trois postes importants. Parmi les candidats qui se présentent, 80% ont les compétences requises pour occuper ces postes. D'autre part, les recruteurs de l'entreprise ont élaboré un test. 85% des personnes compétentes réussissent le test, alors que c'est le cas de 20% des incompetents.

1. Une personne se présente pour le premier poste. On note :
 - C l'événement « la personne est compétente »
 - R l'événement la personne réussit le test
 - \bar{C} et \bar{R} les événements contraires de C et R .
 - a) A l'aide des informations données dans l'énoncé, donner $p(C)$ et $p_C(R)$. Donner la probabilité qu'une personne réussisse le test sachant qu'elle est incompetente.
 - b) Calculer $p(\bar{C})$.
 - c) Calculer la probabilité qu'une personne réussisse le test et soit compétente.
 - d) Montrer que $p(R) = 0,72$.
 - e) Une personne réussit le test. Quelle est la probabilité qu'elle soit compétente ?
2. Quatre candidats se présentent, ils vont subir, de manière indépendante les tests. Dans cette question, on donnera des résultats exacts, puis arrondis à 10^{-2} près.
 - a) Quelle est la probabilité que les quatre réussissent le test ?
 - b) Quelle est la probabilité qu'au moins un réussisse le test ?
 - c) Quelle est la probabilité qu'exactement trois candidats réussissent le test ?

Exercice 2 (Bac ES, Antilles-Guyane, septembre 2001, 5 points)

Le système scolaire en France est composé du premier degré (écoles maternelles et primaires) et du second degré (collèges et lycées). Il y a du personnel enseignant et du personnel non enseignant.

A la rentrée 1999, on avait les informations suivantes :

64% du personnel est enseignant

40% du personnel est dans le 1^{er} degré.

39% du personnel enseignant est dans le premier degré.

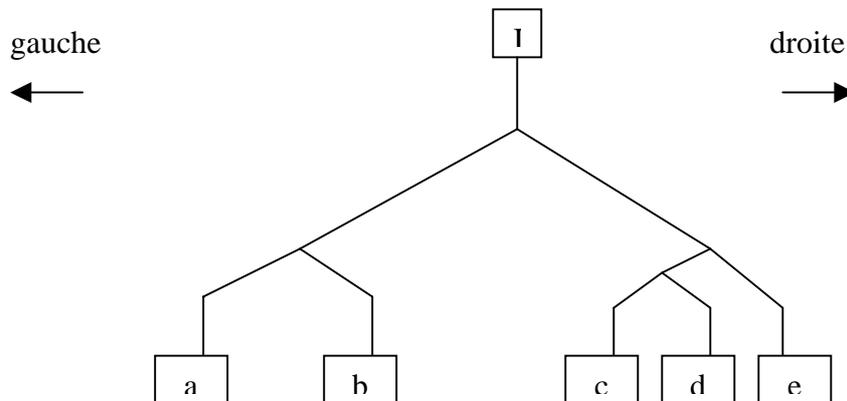
On notera E l'événement « être enseignant », \bar{E} son contraire, D_1 « être dans le 1^{er} degré » et D_2 « être dans le second degré ».

On choisit au hasard une personne dans le personnel. On donnera, après justification, tous les résultats sous forme décimale à 10^{-2} près. On pourra s'aider d'un arbre ou d'un tableau.

1. Quelle est la probabilité pour un enseignant d'être dans le 1^{er} degré ?
2. Quelle est la probabilité pour un enseignant d'être dans le 2^{ème} degré ?
3. Quelle est la probabilité pour un membre du système éducatif d'être un enseignant du 1^{er} degré ?
4. Quelle est la probabilité pour une personne d'être enseignante, sachant qu'elle est employée dans le 1^{er} degré ?
5. Quelle est la probabilité pour une personne de ne pas être enseignante, sachant qu'elle est employée dans le 2^{ème} degré.
6. On choisit au hasard n personnes de manière indépendante. Quelle est la plus petite valeur que l'on doit donner à n pour que la probabilité qu'il y ait au moins un non-enseignant dépasse 99% ?

Exercice 3 (bac ES, Amérique du Nord, juin 2002, 7 points)

On considère le circuit de billes schématisé par la figure ci-dessous. On lâche une bille en I, et elle tombe pour arriver dans une des cases du bas. A chaque bifurcation, la bille prend la direction gauche avec une probabilité de $\frac{1}{4}$.



1. Réaliser un arbre pondéré représentant cette expérience.
2. A l'aide de cet arbre, déterminer les probabilités des différentes cases d'arrivée de la bille.
On vérifiera en particulier que $p(d) = \frac{9}{64}$. Parmi les 5 cases, laquelle est la plus probable ? La moins probable ?
3. Le joueur gagne 48 points si la bille arrive en a, 16 points si elle arrive en b et 64 points si elle arrive en c. Il ne gagne rien si elle arrive en d, et perd 32 points si elle arrive en e. Donner la loi de probabilités des points gagnés (et perdus), et calculer l'espérance de ce jeu.
4. On veut que le jeu soit équitable, c'est-à-dire d'espérance nulle. Quelle somme doit-on mettre comme perte en e (sans changer les autres) pour cela ?