

Contrôle de mathématiques  
Rattrapage

d'après bac ES, 2002, Amérique du Sud

Le club de pêche à la ligne de Rueil Malmaison a besoin de financer son voyage annuel aux championnats de France. Il décide donc d'organiser une kermesse, où on peut voir le jeu suivant :

Une roue est partagée en 4 secteurs, chacun des secteurs ayant la même probabilité d'apparaître. Deux de ces secteurs portent la lettre A, un la lettre B et le dernier la lettre P.

Le joueur fait tourner la roue. S'il obtient la lettre P, le jeu est terminé. Sinon il tire une boule d'une urne A ou B, suivant la lettre obtenue. L'urne A contient une boule rouge et 3 noires, l'urne B contient une boule noire et 3 rouges.

On appelle P l'événement « Le joueur a obtenu la lettre P », A l'événement « le joueur a obtenu la lettre A », B l'événement « le joueur a obtenu la lettre B », R l'événement « Le joueur a tiré une boule rouge » et N l'événement « le joueur a tiré une boule noire ».

On donnera tous les résultats sous forme de fractions irréductibles, sauf pour la question 7 où on donnera l'arrondi au millième.

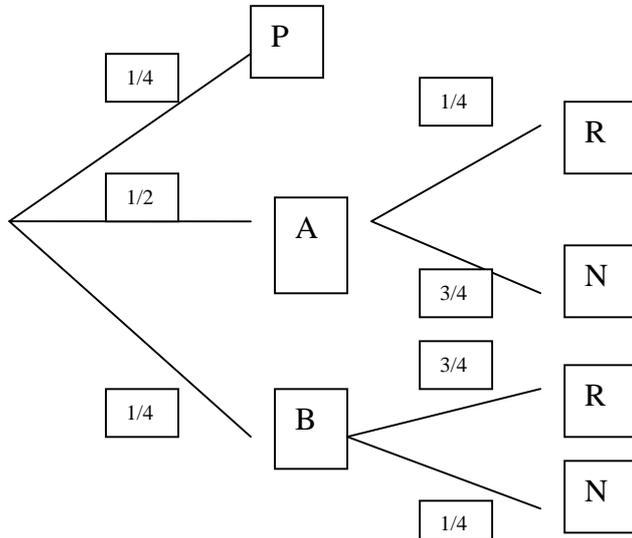
- 1) Donner les probabilités des événements P, A, B
- 2) Donner les probabilités  $p_A(R)$ ,  $p_B(R)$
- 3) Représenter le jeu par un arbre pondéré.
- 4) Calculer les probabilités  $p(R)$ ,  $p(N)$
- 5) Pour une partie le joueur mise 1€ qui est définitivement acquis à l'organisateur. Il perd si il obtient la lettre P ou s'il tire une boule noire. S'il tire une boule rouge, il gagne 3€. Déterminer l'espérance de gain (algébrique) du joueur. Le club de pêche compte obtenir 1000 € de ce jeu. Combien doit-il y avoir de participants en moyenne ?
- 6) Un joueur saute partout en s'écriant « J'ai gagné, j'ai gagné, j'ai gagné !!! ». Quelle est la probabilité qu'il ait tiré l'urne A ?
- 7) Un joueur effectue 3 parties successives, de manière indépendante. Quelle est la probabilité qu'il gagne au moins une fois ? (on pourra s'intéresser à l'événement contraire)

**Classe de TES 1**  
**Corrigé du DS de rattrapage :**

D'après les données,  $p(A)=1/2$ ,  $p(B)=p(P)=1/4$

Sachant qu'on a tiré l'urne A, il y a 1 chance sur 4 d'avoir une boule rouge.  $p_A(R) = 1/4$ , et de même  $p_B(R) = 3/4$

On peut donc faire l'arbre :



L'événement R est la réunion disjointe des événements  $R \cap A$  et  $R \cap B$ . On a donc :

$$p(R) = p(R \cap A) + p(R \cap B) = p_A(R)p(A) + p_B(R)p(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{16}$$

$$\text{De même } p(N) = p(N \cap A) + p(N \cap B) = p_A(N)p(A) + p_B(N)p(B) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{7}{16}$$

Le joueur gagne 2€ (on lui donne 3€ mais il a misé 1€) si l'événement R est réalisé, et perd 1€ sinon. Son espérance de gain algébrique est donc  $2 \times \frac{5}{16} + (-1) \times \frac{11}{16} = \frac{-1}{16}$ .

Le club gagne donc  $\frac{1}{16}$  € en moyenne par partie. Il a donc besoin d'environ 16000 participants pour trouver ses 1000€

$$\text{On cherche maintenant } p_R(A) = \frac{p(R \cap A)}{p(R)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{5}{16}} = \frac{2}{5}$$

Le contraire de « au moins un gain » est « aucun gain ». A chaque partie, la probabilité de perdre est  $\frac{11}{16}$  et, les parties successives étant indépendantes, la probabilité de perdre

successivement 3 fois est  $\left(\frac{11}{16}\right)^3$ . La probabilité de gagner au moins une fois est donc

$$1 - \left(\frac{11}{16}\right)^3, \text{ soit environ } 0,675.$$