

## Devoir de mathématiques n°6

## Surprise...

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

**Exercice 1) (10 points)**

Donner une primitive de chacune des fonctions suivantes

$$f \text{ définie sur } \mathbb{R} \text{ par } f(x) = 2 \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - 4 \sin\left(\frac{x + \pi}{3}\right) + \frac{5}{3} \cos \frac{2\pi}{3}.$$

$$g \text{ définie sur } \left] \frac{1}{3}, +\infty \right[ \text{ par } g(x) = \frac{5}{7\sqrt{3x-1}} - 4$$

$$h \text{ définie sur } ] 2 ; 5[ \text{ par } h(x) = \frac{3}{(2x-4)^3} + \frac{1}{4(5-x)^7}$$

$$k \text{ définie sur } ] 0 ; +\infty[ \text{ par } k(x) = \frac{x^2 + x}{(2x^3 + 3x^2)^4}$$

$$l \text{ définie sur } ] 0 ; +\infty[ \text{ par } l(x) = \frac{5x^4 + 2x^3 - 4x + 1}{x^3}$$

**Exercice 2) (10 points)**

- 1) Montrer grâce à la formule de duplication que pour tout réel  $x$ ,  $\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$ . En déduire une primitive sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $f: x \rightarrow \cos^2 x$ .
- 2) En utilisant la question 1), montrer que pour tout  $x$   $\cos^4 x = \frac{\cos(4x) + 4 \cos(2x) + 3}{8}$ . En déduire une primitive sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $f^2$ .
- 3) Montrer que pour tout  $x$ ,  $\cos^3 x = \cos x - \cos x \sin^2 x$ . En déduire une primitive sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $g: x \rightarrow \cos^3 x$ .
- 4) A l'aide d'une intégration par parties, donner une primitive sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $h$  définie par  $h(x) = 2x \sin(3x)$ .