Classe de Terminale S_4 **Jeudi 20 Janvier 2000**

Devoir de mathématiques

N°13

Exercice 1) (6 points)

On appelle *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin^5 x$

a) Linéariser *f* à l'aide des formules d'Euler. (Cette question est maintenant hors programme, pour la traiter on peut admettre que $\sin^5 x = \frac{1}{16}(\sin 5x - 5\sin 3x + 10\sin x)$ ou remarquer que $\sin^5 x = \sin x(1-\cos^2 x)^2$)

b) En déduire une primitive de *f*.

c) En déduire le calcul de $\int_0^{\pi/4} \sin^5 x dx$

Exercice 2) (6 points)

a) Soit z un complexe de module 1 et d'argument θ. Déterminer θ pour que 1 - z ait aussi 1 comme module. Montrer que l'on obtient deux complexes z_1 et z_2 vérifiant cette propriété (on notera z_1 celui des deux dont la partie réelle est négative).

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - z + 1 = 0$. Montrer que ses solutions sont les mêmes complexes que ceux du a).

Exercice 3) (8 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On définit les points A d'affixe $a = -4 + 3i$ et Ω d'affixe $\omega = (\sqrt{3} - 1) + i(-1 - \sqrt{3})$.

On appelle $\vec{t}$ le vecteur d'affixe $2 + 2i$

1) Déterminer l'affixe a' du point A', image de A par la translation de vecteur $\vec{t}$.

2) Déterminer l'affixe a'' du point A'', image de A' par la rotation de centre O, d'angle $-\frac{\pi}{3}$

3) Calculer $Z = \frac{a'' - \omega}{a - \omega}$, donner une mesure de arg(*Z*).

4) En déduire que A'' est l'image de A par la rotation de centre Ω et d'angle $-\frac{\pi}{3}$